

潛在異質性的變與不變：隨機截距潛在轉移模型(RI-LTA)的分類校正與輔助變數分析之蒙地卡羅模擬與實徵研究

邱皓政

國立臺灣師範大學企業管理學系特聘教授
暨教育心理與輔導學系合聘教授

王詩婷 (通訊作者)

國立臺灣師範大學教育心理與輔導學系博士生

摘要

觀察資料的重複測量帶有個體內變異與個體間變異，導致潛在異質性的縱貫分析必須兼顧潛在類別的變動與個別差異的估計，並以多階段程序控制分類誤差，在確保分類穩定的前提下，進行異質性轉移機率的估計與輔助變數效果的分析。本研究利用蒙地卡羅模擬探討不同強度的隨機截距 (RI) 與分類誤差校正的加權策略對於潛在轉移模型參數與輔助變數效果的影響，發現即使重複測量中僅有微弱強度的個體間變異或中度的觀察變數跨時相關，RI 項的導入對於轉移機率與異質分類即有顯著影響，以及在模式設定正確下的 BCH 權數估計與加權，可以維持異質分類的穩定不偏，從而獲得有效的輔助變數效果估計。透過 KIT 資料庫不同月齡幼兒調查下的父職參與異質性分析，本研究具體檢視不同的 BCH 加權影響，以及不同型態的輔助變數在多階段估計程序的執行策略，提供 aux-RI-LTA 的具體實徵案例。

關鍵字：隨機截距、潛在剖面分析、測量恆等性、BCH 權數、KIT 資料庫

通訊作者：王詩婷，台北市大安區和平東路一段 162 號，國立臺灣師範大學校務研究辦公室，02-77491321, email: tinawang@ntnu.edu.tw

致謝：本文在國科會補助下完成，計畫編號 111-2410-H-003 -091 -MY2，特此致謝。本文作者對於審查委員所提出的訛誤修改與指正建議表示由衷感謝。

State and change of the latent heterogeneity: Monte-Carlo simulation and empirical study of bias-correction of classification with auxiliary variables in random intercept latent transition analysis (RI-LTA)

Hawjeng Chiou

Distinguished Professor, Department of Business Administration
Joint Appointment Professor, Department of Educational Psychology and Counseling
National Taiwan Normal University

Shih-Ting Wang

Doctoral Student
Department of Educational Psychology and Counseling
National Taiwan Normal University

Abstract

The repeated measures data contains both within-subject and between-subject variation, resulting in the longitudinal analyses of latent heterogeneity have to take the transition in latent classes and estimation of individual differences into account simultaneously. A multi-stage procedure is needed for controlling for classification errors, ensuring the stable classification for estimating the probabilities of heterogeneity transitions, and analyzing the effects of auxiliary variables. This study adapted Monte Carlo simulations to investigate the impact of random intercepts (RI) with different magnitudes and weighted strategies for classification error correction on parameters of latent transition models and the effects of auxiliary variables. Results revealed that under a weak between-subject effect or moderate level of temporal correlation, the introduction of RI significantly affects transition probabilities and latent heterogeneous classification. The BCH weighting with correct model specifications can maintain stable and un-shifted classification, obtaining effective estimates of auxiliary variable effects. By taken the empirical data of father involvement in KIT dataset as an example, this study investigated the impact of BCH weighting on the heterogeneity analysis with auxiliary variables in multi-stage estimation procedures, demonstrating a concrete empirical example of Aux-RI-LTA.

Keywords: random intercepts, latent profile analysis, auxiliary variables, measurement invariance, BCH weights, KIT database.

Communication author: Shih-Ting Wang, National Taiwan Normal University, email: tinawang@ntnu.edu.tw

一、緒論

俗語說，一樣米養百樣人，意味著人類世界是由各種不同的次母體所構成。從統計的角度來說，即是指數據存有異質性。如果次母體可以直接測量或客觀辨識，例如人們的生理性別、省籍族群、不同教育學制的學生、組織中的職務層級等，可利用一個外顯類別變數來標示個體所屬的不同群體狀態，然後利用 t 檢定、ANOVA、列聯表分析或羅吉斯迴歸來探討次母體差異的統計意義。但如果次母體無法直接測量或客觀辨識，例如個人的性格類型、政治傾向、教育或文化弱勢族群、行銷研究中的消費族群等，必須透過潛在類別分析 (latent class analysis; LCA) (當測量變數為類別變數時) 或潛在剖面分析 (latent profile analysis; LPA) (當測量變數為連續變數時) 等潛在變數模式來建立潛在類別變數 (latent categorical variable)，藉以反映次母體的狀態 (Goodman, 1974; Lazarsfeld, 1950; Lazarsfeld & Henry, 1968)，然後才能進一步探討潛在類別變數在其他研究變數上的差異或關係，亦即帶有輔助變數 (auxiliary variable) (Asparouhov & Muthén, 2014; Muthén & Muthén, 1998-2017) 的潛在類別模型，完整探討潛在異質性 (latent heterogeneity) (Jedidi et al., 1997; Heckman, 2001; Lubke & Muthén, 2005) 的內涵及其前因後果。

在行為與社會科學領域或生物醫護研究，有大量的研究課題涉及潛在異質性的探討，除了橫斷面資料需要利用 LCA 或 LPA 來辨識潛在次母體的狀態與差異，縱貫面的發展性數據也存在潛在異質性的辨識需求，藉以探討潛在類別 (latent class) 所反映的異質性如何隨著時間的遞延而發生變動，稱為潛在轉移分析 (latent transitional analysis; LTA) (Bye & Schechter, 1986; Collins & Wugalter, 1992; Reboussin et al., 1998; Graham et al., 1991; Reboussin et al., 1998)。例如曾明基 (2019) 利用屏東教育長期追蹤資料庫 (Pingtung Education Longitudinal Survey, PELS) 追蹤 8699 名小學四至六年級學生的網路使用行為，先以 LCA 分析得到五個潛在類別，再由 LTA 分析發現「不愛網路組」的比例隨年級逐漸降低，喜歡娛樂組則逐漸增加等結果。另外，Vaziri et al. (2020) 以 379 位職場員工在職家衝突 (work-family conflict) 測量的四項得分，以 LPA 區分三類潛在剖面，LTA 分析 COVID19 疫情前後的類別轉移，發現職家低衝突高增益的「受益組」能維持較高穩定，保留機率較高，而低衝突低增益的「沈寂組」則有較大機率轉移至活躍組，保留機率較低。

LTA 的特性是將重複觀察資料在各時點下的 LCA 或 LPA 分群狀態，利用轉移機率 (transition probabilities) 來加以串連，藉以估計潛在異質性的變動狀態，但是由於縱貫性重複測量的共變結構混合了個體隨時間變動的變異，亦即個體內變異 (within-subject variation)，以及不隨時間變化的個別差異，亦即個體間變異 (between-subject variation)，典型的 LTA 模式設定並無法分離兩者，不僅造成參數估計偏誤，也影響標準誤估計，從而使得顯著性檢定失效，檢定力降低。替代做法是在模型中增加隨機截距 (random intercept; RI) 來估計觀察資料中個體間變異，分離出來的個體內變異得以用於估計異質分類的變動情形，稱為隨機截距潛在轉移分析 (random-intercept latent transitional analysis; RI-LTA) (Muthén & Asparouhov, 2022)。

Muthén 與 Asparouhov (2022) 利用 Eid 與 Langeheine (2003) 所追蹤的 494 位受測者在 3 週期間的心情 (mood) 評量縱貫數據，重新進行帶有 RI 的 LTA 分析，發現模式適配因為增加 RI 項而獲得提升之外，更重要的是利用 RI 項分離出 494 位受測者不隨時間變動而存在的心情高低個別差異，使得 LTA 的轉移機率可以更清楚反映受測者在 3 週期間的心情起伏所造成的分類變動。因為實徵數據分析與模擬研究的結果皆一致指出：如果沒有將個別差異效果予以抽離，LTA 將會高估轉移機率當中的保留機率，也就是不同時點下停留在相同潛在類別的受測者數量大幅增加，事實上，這些所謂的「停留者」其實是個人心情特質為正向或負向者多次測量穩定偏高或偏低所造成。延續 Muthén 與 Asparouhov (2022) 的主張，Tseng (2023) 進一步將 RI-LTA 擴展到心理測量更常使用的連續測量變數情境，提出隨機截距潛在剖面轉移分析 (random-intercept latent profile transitional analysis; RI-LPTA)，基本原理相同，都是在強調 LTA 當中必須納入 RI 項的重要性。

事實上，在縱貫資料分析模式當中增加 RI 項並非 LTA 的創舉，例如 Hamaker 等人 (2015) 主張在交叉延宕模型 (cross-lag path modeling; CLPM) 當中必須增加 RI 來吸收不隨時間變化的個別差異，藉以正確估計交叉延宕迴歸係數當中的自我迴歸效應；而在更早的潛在特質與狀態模式 (latent trait-state modeling; LTS) (Cole et al., 2005; Eid et al., 2017; Kenny & Zautra, 1995) 中，隨機截距即是個體跨時點測量當中的穩定存在的「潛在特質」，可透過高階潛在變數來估計。雖然在縱貫模型中置入 RI 項已有諸多先例，但是在縱貫性的潛在異質性分析當中增加隨機截距項的估計，必須是在有限混合模式 (infinite mixture modeling) 的架構下，先進行潛在類別的估計，藉以辨識異質次母體的状态，然後再處理包括隨機截距與隨時間變化的參數估計，本質上是一種多階段的估計程序。過程中不僅涉及耗時的多維度數值積分演算，新增加的 RI 項參數也必然影響其他參數的估計，而且在不同的隨機效果強度 (亦即個體跨時間不變的變異強弱) 下，勢必對於 RI-LTA 的參數估計與分類效能造成不同的影響。進一步的，如果納入輔助變數的 aux-RI-LTA，還必須考慮異質估計的分類不確定性，採取多階段程序來校正分類偏誤 (bias correction of classification error)，藉以提高參數估計效能並控制分類偏移問題。

由於在 LTA 加入 RI 項是透過額外新增的潛在變數，從重複測量所觀察到的潛在異質性抽離出跨越時點不變的個體間變異，此一從縱貫分析程序的動態「變異」進行橫斷性的「不變」估計的特殊性質，大幅提高模型分析操作的複雜度與限制，例如對於分類不確定性的處理，也僅有 BCH 取向 (Bolck, Croon, & Hagnaars, 2004; Bakk & Vermunt, 2016) 能應用於 RI-LTA 的分類偏誤校正 (Asparouhov & Muthén, 2021)。因此，在將 LTA 納入 RI 項被視為正確模式設定之同時，必須詳加檢視 RI 項本身的強弱性質對於參數估計以及偏誤校正程序的影響 (Muthén & Asparouhov, 2022, p.15)。

本研究的主要目的，是在探討潛在異質性的縱貫分析納入隨機截距的估計效能問題，首先以模擬研究檢驗 RI 的不同強度對於 LTA 參數估計與模式適配所產生的影響。進一步討論當 RI-LTA 當中納入輔助變數 (包括影響潛在類別的共變項與被潛在類別影響的遠端變數) 的 aux-RI-LTA 的分類誤差校正程序。

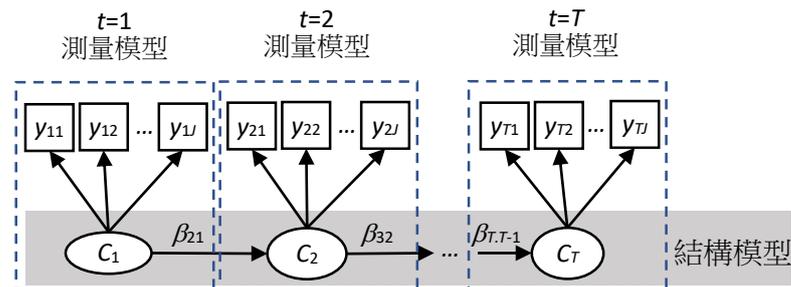
進一步的，為了具體說明隨機截距的實務意義與輔助變數在實徵研究的分析模式與估計程序，本研究在模擬研究之後以幼兒發展縱貫調查在幼兒 3、6、12 月齡下的父職參與 (father/paternal involvement) 進行 RI-LTA 實徵分析，並納入幼兒性別、父母工時等共變項，以及 18 月齡時的父職參與狀態為遠端變數，比較 aux-RI-LTA 以不同 BCH 權數進行偏誤校正的影響，以利讀者對比模擬研究與實徵分析的結果，具體觀察隨機截距與輔助變數在真實世界中的意義。

二、RI-LTA 的模式設定原理

(一) LTA 的模式設定

LTA 是以潛在變數來估計異質母體隨時間變動情形的一種機率模式，因此 LTA 的模型組成包括了定義潛在變數的測量模型 (圖 1 的虛線區域)，以及用來估計不同異質母體隨時間變動的結構模型 (圖 1 的網底區域)。測量模型部分是 LCA 或 LPA，結構模型部分則是羅吉斯迴歸分析，組合而成即為 LTA 模型。

圖 1 典型的 LTA 模式設定圖示 (省略殘差標示)



如果今天有 N 個受試者隨機從 K 個異質母體中抽取得到，在一組數目為 J 個題目 (稱為測量變數，以 Y 表示) 重複測量 T 次， y_{ij} 的第一個足標為時間 t ($t=1, \dots, T$)，第二個足標為題數 j ， $j=1, \dots, J$)， K 個異質母體在各時點下的分群狀態稱為潛在類別 (latent class)，由各時點下組數均為 K 的潛在類別變數 C_1, \dots, C_T 所估計，整個 LTA 模型共有 $K \times T$ 個潛在類別。LTA 測量模型定義如式(1)。

$$(1) f(Y_{ij} = y) = \sum_{k=1}^K \pi_{tk} f(Y_{ij} = y | C_t = k)$$

π_{tk} 為各時點下的潛在類別機率 (latent class probability)， $\pi_{tk} = P(C=k|T=t)$ ， π_{tk} 越大表示各時點下該潛在類別在觀察資料當中的占比越高。

如果測量變數為類別變數，潛在類別變數 C 的估計為 LCA，式(1)中的條件機率分配 $f(Y_{ij}=y|C_t=k)$ 為二項分配或多元名義分配，第 j 題取值 $Y=y$ 相對於參照組在第 k 個潛在類別的條件反應機率可由 t 時點下的測量變數 logit 尺度的閾值 (τ_{tkj}) (threshold) 估計 (Nylund-Gibson et al, 2023)。若以取值為 $\{0,1\}$ 的二項分配為例，

$y=1$ 的條件反應機率表述如下：

$$(2) P(Y_{ij} = 1 | C_t = k) = 1 / (1 + \exp(\tau_{tkj}))$$

如果測量變數為連續變數， $f(Y_{ij}=y|C_t=k)$ 為條件常態分配，潛在類別變數 C 的估計是 LPA，測量變數 Y 與 C 的關係由平均數 (μ_{tkj}) 與變異數 (σ_{tkj}^2) 來反映：

$$(3) f(Y_{ij} = y | C_t = k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{tkj}^2}} \exp\left[-\frac{(y - \mu_{tkj})^2}{2\sigma_{tkj}^2}\right]$$

不論測量變數是類別或連續變數，LTA 的測量模型目的均是在估計潛在類別，藉以反映異質母體的狀態，而 $\tau_{(t)kj}$ 、 $\mu_{(t)kj}$ 、 $\sigma_{(t)kj}^2$ 稱為測量參數 (Θ_C)。各受試者在第 t 時點下的潛在類別發生機率以條件期望機率 $\hat{P}_{tk} = \hat{P}(Y_t | C_t = k, \Theta_C)$ 估計，各受試者在 K 個潛在類別期望機率最高者即為各時點下被分派進入的最可能類別 (most likely class; MLC)，各時點下可得到一個同樣帶有 K 組的外顯類別變數來得知個體被分派至哪一個組別，而受試者於各時點被分入 MLC 各組的事後分類機率 (classification probability) 為 $P'_{tk} = P(C_t = k | Y_t)$ ，可據以計算分類誤差。

值得一提的是，由於 LTA 的主要功能是探討異質母體在不同時點下的變動情形，用來定義異質母體 (潛在類別) 的測量參數在不同時點下應有恆定不變的特性，亦即縱貫測量恆等性 (longitudinal measurement invariance)，估計時可將不同時點下的測量參數設定為等值，如此才能以相同的潛在變數定義來觀察潛在類別歸屬比例的變化情形。如果測量變數是類別變數，各測量變數的閾值 (τ_{tkj}) 在各期測量應維持相同；如果測量變數是連續變數，各測量變數在各潛在狀態中的各期平均數 μ_{tkj} 相同，稱為測量恆等假設 (assumption of measurement invariance)，變異數 σ_{tkj}^2 如果也設定跨期相同，稱為變異同質假設 (assumption of homogeneity of variance)，前述各公式測量參數足標 t 可以省略，分析時僅估計一次因而簡化模型，僅有分組狀態 C_t 與潛在類別機率 π_{tk} 維持各期不同而帶有時間足標。

測量模型的功能在於定義潛在類別變數，而潛在類別變數隨著時間所發生的變動則由結構模型參數來估計，在 LTA 中，各潛在類別變數在 T 個時點間的變動狀態由 $C_t \rightarrow C_{t+1}$ 的 $T-1$ 組轉移機率來估計。由於結構模型的依變數 C_{t+1} 是帶有 K 群的潛在類別，因此結構模型參數是羅吉斯迴歸的多元邏輯參數 (multinomial logit parameterization) (Ferguson et al., 2020; Sterba, 2013)，亦即對於帶有 K 群的潛在狀態，估計第 t 時點 C_t 的第 k 組 ($k=1, \dots, K$) 變動到第 $t+1$ 時點 C_{t+1} 的第 g 組 ($g=1, \dots, K$) 的一期落差 (one-lag) 多元羅吉斯迴歸模型，截距 (α) 與斜率 (β) 可轉換成轉移機率與各群機率，藉以描述不同潛在類別的成員歸屬狀況的轉變情形。

轉移機率 $P(C_{t,t+1})$ 為 $K \times K$ 的機率矩陣 (Θ_ρ)，描述潛在類別分群狀態由時點 t 變動到 $t+1$ 時點的保留情形 (對角線元素 ρ_{11} 、 ρ_{22} 、 \dots 、 ρ_{KK}) 與移出及移入情形：

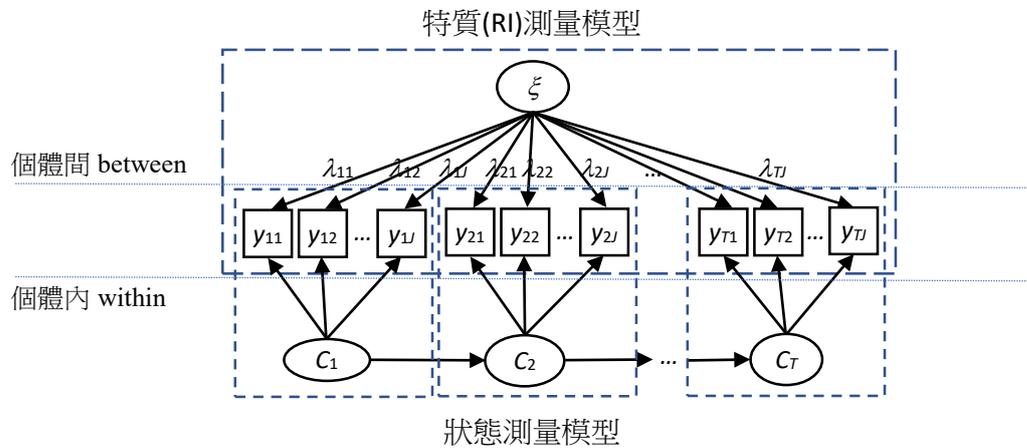
$$(4) \quad \Phi_{\rho} = \begin{matrix} C_{k=1|t} \\ C_{k=2|t} \\ \vdots \\ C_{k=K|t} \end{matrix} \begin{matrix} C_{g=1|t+1} & C_{g=2|t+1} & \cdots & C_{g=K|t+1} \\ \left[\begin{array}{cccc} \rho_{11} & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1K} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \cdots & \rho_{2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{K1} & \rho_{K2} & \cdots & \rho_{KK} \end{array} \right] \end{matrix}$$

例如 ρ_{11} 表示由 t 到 $t+1$ 時點都是被分類至第1組($k=1, g=1$)，模擬時稱為 Trans11， ρ_{22} 表示兩時點都保留在第2組($k=2, g=2$)，稱為 Trans22，兩者皆為保留機率(staying probability)； ρ_{12} 表示前一期屬於第1組者到了下一期移出到第2組的機率($k=1, g=2$)，稱為 Trans12， ρ_{21} 表示前一期屬於 $k=2$ 者到了下一期移入到 $g=1$ 的機率($k=2, g=1$)，稱為 Trans21 (Muthén & Asparouhov, 2022; Tseng, 2023)。

(二) RI-LTA的模式設定

如果在 LTA 當中增加隨機截距 (RI)，亦即在模型中增加一個潛在變數來估計觀察資料中非隨時間變動的個別差異，如圖 2 當中的 ξ 。

圖 2 帶有隨機截距的 RI-LTA 模式設定圖示 (省略殘差標示)



以潛在特質與狀態模式 (LTS) (Cole et al., 2005; Kenny & Zautra, 1995) 的術語來說，截距因子即是反映個體間變異的特質因素，隨時間而變動的部分則稱為狀態因素，各自有其測量模型。本研究沿用此一名詞表述，將 RI 的潛在變數 ξ 稱為特質因素，各時點下的潛在類別變數 C_t 稱為狀態因素。如果特質因素與測量變數都是連續變數，特質測量模型為驗證性因素分析 (confirmatory factor analysis; CFA)，表述如下：

$$(5) \quad y_{tkj} = v_{tkj} + \lambda_{tkj}\xi + \varepsilon_{tkj}$$

潛在特質 ξ 服從常態分配 $N(0, \Psi)$ ，是 LTA 額外增加的隨機效果， Ψ 為給定潛在類別估計下的條件共變數矩陣。基於辨識目的， ξ 設定為標準常態分配， $\xi \sim N(0, 1)$ ， ξ 的絕對值越高，表示個體跨時點不隨時間變動的特質分數越極端。截距 ν_{tkj} 為各測量變數在各次重複測量的平均高低水準， λ_{tkj} 為因素負荷 (factor loading)，反映各測量變數與潛在截距 (因素) 的關係強度， ε 為測量殘差。模型導出的條件 (給定潛在類別估計) 共變數矩陣 (Σ) 如式(6)， Λ 為因素負荷矩陣， Θ_ε 為測量殘差共變數矩陣。

$$(6) \Sigma = \text{Var}(y) = \Lambda \Psi \Lambda' + \Theta_\varepsilon$$

如果測量變數 Y 為二分類別變數，特質測量模型則為邏輯模型，又稱為二參數項目反應模型 (2-parameter IRT model)，式(7)的左項為不同類別機率比的對數， α_{tkj} 為第 k 個潛在類別觀察值的平均項目難度 (item difficulty)， λ_{tkj} 為平均項目鑑別度 (item discrimination)。

$$(7) \text{logit}[P(y_{tkj} = 1 | C_t = k, \xi)] = \alpha_{tkj} + \lambda_{tkj} \xi$$

基於縱貫恆等假設， λ_{tkj} 具有跨時間與異質母體恆等性，不隨時間 t 與組別 k 而變， J 個測量變數不論區分成幾組或重複測量幾次僅需估計 J 個 λ_j ， λ_j 數值絕對值越高，表示測量變數跨時點與跨題目間的相關越強，不隨時間變異的特質因素 (RI 效果) 越強，可由因素的組合信度 (composite reliability; ρ_c) (Fornell & Larcker, 1981) 來反映 RI 強度 (內部一致性強度)：

$$(8) \rho_c = \frac{(\sum \lambda_j)^2}{[(\sum \lambda_j)^2 + \sum \Theta_\varepsilon]}$$

一般的經驗法將組合信度 $\rho_c > .7$ 視為理想的因素強度 (邱皓政, 2024; Hair et al., 2019)， $\rho_c > .5$ 時特質因素的估計即有基本的穩定性 (Raines-Eudy, 2000)。如果 RI 效果越低 (例如 ρ_c 趨近 0)，表示不隨時間變動的個別差異效果越小，但如果跨時點的穩定特質越強 (例如 $\rho_c > .5$)，LTA 越需要納入 RI 來吸收測量變數跨越時點的相關，否則將會高估轉移機率，尤其是保留機率的高估 (Asparouhov & Muthén, 2022)，換言之，傳統沒有 RI 項的 LTA 是 RI-LTA 的一個不帶穩定特質變異的估計特例，而目前對於特例強弱的判準尚未有可資參酌的文獻，也即是本研究所關注的主要議題。

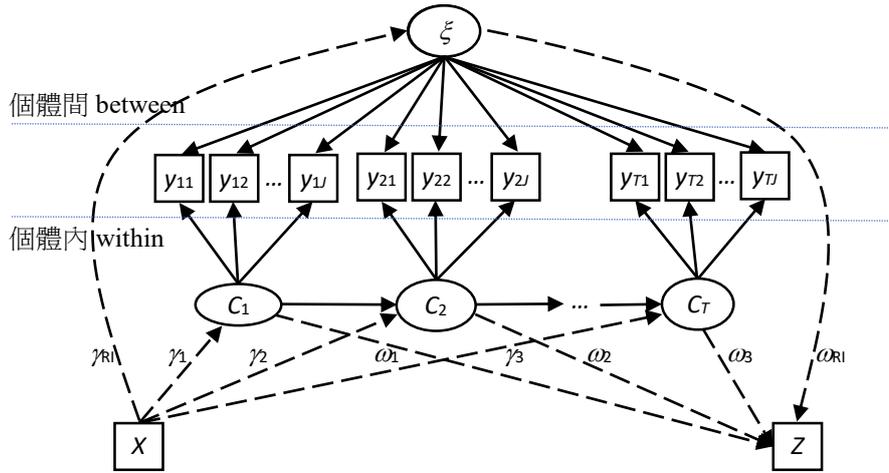
三、輔助變數模式與分類誤差校正

(一) 輔助變數的意義與設定

潛在異質性主要是基於有限混合模式所估計得到潛在類別變數 (C) 反映，LTA 則關注異質母體跨時間所發生的轉移變化。從實徵分析的角度來看，異質次母體的估計除了其本身的解釋意義之外，更在於探討與 C 有關的共變項 (covariate) 的關係，如圖 3 的 X 變數。例如先前曾明基 (2019) 的研究先以 LTA 辨識小學生的網路工具使用類

型的轉移狀態，再納入性別來探討分群的性別差異；或是去探討 C 對其他遠端變數 (distal variable) 的影響 (如圖 3 的 Z 變數) (Clogg & Goodman, 1985; Nylund-Gibson et al., 2023)，例如 Vaziri et al. (2020) 的職家關係類型在疫情前後的轉移狀態是否影響工作滿意度。這些變數都是協助瞭解潛在類別性質的外部變數而非用來估計異質母體或潛在特質，因此稱為輔助變數 (auxiliary variable) (Asparouhov & Muthén, 2014; Muthén & Muthén, 1998-2017)。

圖 3 帶有輔助變數的 aux-RILTA 模式設定圖示 (省略殘差標示)



在傳統的 LTA 中，輔助變數當中的共變項 X 主要影響的是各時點下的潛在類別 C 或轉移機率，其原理仍是羅吉斯迴歸，對於第一個時點的潛在類別變數 C_1 的第 k 組的影響僅來自共變項 X ，強度由 γ 係數反映：

$$(9) P(C_1 = k | X = x) = \frac{\exp(\alpha_k + \gamma_k \cdot x)}{\sum_{k=1}^K \exp(\alpha_k + \gamma_k \cdot x)}$$

對於後續各時點潛在類別變數 C_{t+1} 第 g 組的影響強度則同時由 C_t 的羅吉斯迴歸係數 β 係數與 X 的共變項效果 γ 係數反映，多元羅吉斯迴歸模型表述如下：

$$(10) P(C_{t+1} = g | C_t = k, X = x) = \frac{\exp(\alpha_g + \beta_{gk} + \gamma_{gk} \cdot x)}{\sum_{g=1}^K \exp(\alpha_g + \beta_{gk} + \gamma_{gk} \cdot x)}$$

其中 β_{gk} 為 C_t 第 k 個潛在類別對 C_{t+1} 的第 g 個潛在類別的迴歸影響力， γ_{gk} 為共變項 X 對 C_{t+1} 的第 g 個潛在類別的迴歸影響力， α_g 為 C_{t+1} 第 g 個潛在類別的截距。 C_t 與 C_{t+1} 均以最後一個潛在類別 K 作為參照組，因此 $\alpha_K=0$ 、 $\beta_{Kk}=0$ 、 $\beta_{kK}=0$ 、 $\gamma_{kK}=0$ 為限制條件 (Asparouhov & Muthén, 2022)。

如果共變項 X 對於各潛在類別的影響力相同， γ_{gk} 係數可降階為 γ_g ，亦 X 的影響力

不會因為前一期的不同潛在類別而有所不同，此時 $\alpha_g + \gamma_g x$ 可視為下一期潛在類別變數的截距項，而 $C_t \rightarrow C_{t+1}$ 的羅吉斯迴歸及所導出的轉移機率則不受共變項的影響。

至於遠端變數 Z 則是被潛在類別變數 C 所影響的依變數，其影響強度可由 ω 係數估計。如果是帶有特質因素的 RI-LTA，輔助變數不論是共變項 X 或遠端變數 Z 皆可利用迴歸分析原理來估計 γ_{RI} 或 ω_{RI} 。而輔助變數均可為隨時間而變或不隨時間而變的連續變數或類別變數，甚至也可以是潛在變數，在有限混合模式有相當大的設定彈性與應用價值，但是必須注意分類效能與分類偏誤校正等議題。

(二) 輔助變數的估計與分類偏誤校正

如果將輔助變數連同測量變數 Y 一起納入模型，同時估計潛在類別變數 C 的測量參數，以及共變項 X 或遠端變數 Z 與 C 有關的結構參數，稱為單步驟取向 (one-step approach) (Clogg, 1981; Dayton & Macready, 1988, Hagenaars, 1993; Bandeen-Roche et al., 1997)。單步驟取向把測量變數與輔助變數都存在於同一個模型來估計參數，模式設定簡單，但存在著測量模型定義不明的解釋性混淆 (interpretational confounding) (Burt, 1976) 的問題。因為如果納入或移出輔助變數，潛在類別的測量參數會發生變化，觀察值歸屬的類別也會發生變動，研究者並無法確知潛在類別的狀態，也會影響到結構參數的解釋與推論。此外，單步驟策略的標準誤估計通常會有偏誤，造成顯著性檢定的疑義 (Bakk, Oberski, & Vermunt, 2014)。

近年來關於輔助變數的 LCA 或 LPA 最廣泛應用的分析策略是三步驟取向 (three-step approach) (Vermunt, 2010; Asparouhouv & Muthén, 2014)，例如 Vermunt (2010) 所建議的程序，步驟一是進行無條件潛在類別分析 (unconditional LCA)，亦即僅帶有測量變數而無其他輔助變數的測量模型，步驟二將觀察值進行分類得到 MLC 變數並計算分類誤差，步驟三將分類誤差納入考慮進行帶有輔助變數的模式分析 (aux-LCA)。Vermunt (2010) 的三步驟策略缺點是各階段之間仍可能發生分類歸屬的變動，因為步驟二所估計的是分類誤差的「平均」狀態，在步驟三估計時，每一個個體的分類誤差假設相等，在 LTA 的不同時點或在第三步驟納入輔助變數進行分析時，各潛在類別的歸屬狀態仍可能發生變動。更重要的問題是，在 RI-LTA 中，由於各時點下的狀態測量模型無法與跨時點 RI 測量模型分離，因此無從估計各時點下的分類誤差。後來 Bolck、Croon 與 Hagenaars (2004) 及 Bakk 與 Vermunt (2016) 等學者提出替代性的多階段加權估計法，在第三步驟將潛在類別變數 C 以第一步驟的無條件模型得到的事後分類 MLC 變數來指定，以多樣本分析的原理來進行後續帶有輔助變數的多樣本分析，另以分類誤差所導出的誤差加權係數 (稱為 BCH 權數) 來對不同組別進行加權，藉以納入分類誤差的影響，但不改變個體分類歸屬，避免分類偏移問題，稱為 BCH 取向 (BCH approach) (Bakk, Tekle, & Vermunt, 2013; Asparouhouv & Muthén, 2021)。

BCH 取向的主要核心是 BCH 權數 (BCH weights) 的計算，由於在第一階段的無條件模型下，每一個個體被分類到 K 個潛在類別會有「分類正確」的機率與「分

類錯誤」的機率，經由矩陣計算可得到 MLC 的 K 個潛在類別的 BCH 權數。在橫斷面的 LCA 或 LPA 中，所有的個體被分入 MLC 的 K 組中的任一組，因此全體個體僅會有 K 組總和為 1 的 BCH 權數。在 LTA 模型中， T 個重複測量時點下皆會估計帶有 K 個類別 MLC，因此會得到 K^T 種 MLC 分類組合，因而得到 K^T 組 BCH 權數。更重要的是，若是 RI-LTA 模型，在第一階段設定無條件模型時，可以設定帶有特質因素的 RI 測量模型，在此前提下進行 K^T 組 BCH 權數估計，並納入第三步驟進行後續模型的參數估計，獲得偏誤校正的穩定分群狀態。相對之下，對於帶有相當強度的 RI 強度的資料，如果在無條件模型沒有設定 RI 項，所得到的 BCH 權數也將是忽略個體間穩定變異的加權數，將造成後續參數估計與分類效果。本研究的另一個目的，即是檢驗帶有 RI 項的 BCH 權數 (BCH_{RI+}) 與未考慮 RI 項的 BCH 權數 (BCH_{RI-}) 的偏誤校正效能與對參數估計的影響。

四、蒙地卡羅模擬設計

(一) 基本模型設定

本研究的主要目的是探討 RI-LTA 中的特質因素強度如何影響分類效能與參數估計，為模擬一般心理特質研究情境，測量變數為多題目的連續型態心理測量數據，特質因素則為連續型態的潛在變數， $\xi \sim N(0,1)$ ，因此在測量模型部分為 LPA，RI 部分則為 CFA，本研究參考 Tseng (2023) 的設定策略：LPA 部分為 y_1 至 y_5 五個連續測量變數重複測量三次 ($T=3$)，三個時點分別估計得到三個潛在類別變數 (C_1 、 C_2 、 C_3)，各帶有兩個潛在類別 ($K=2$)，第一個潛在類別為高分群，各測量變數設定為隨機常態變數 $N(1,1)$ ，第二個潛在類別則為低分群，測量變數設定為隨機常態變數 $N(0,1)$ ，兩者平均數相差 1，變異數相同，因此兩組的測量變數截距分別設定為 $\nu_1=1$ 與 $\nu_2=0$ 。

轉移機率的設定則與先前模擬研究一致 (Asparouhouv & Muthén, 2022; Tseng, 2023)，令兩個潛在類別各有不同的轉移機率，第一個潛在類別 (高分群) 的轉移機率設定為高保留機率 ($Trans11=.6225$)、低移出機率 ($Trans12=.3775$)；第二個潛在類別 (低分群) 為保留與移出機率相當 ($Trans22=Trans21=.5$)，設定方式是將羅吉斯迴歸的截距與斜率設定為 $\alpha=0$ 與 $\beta=0.5$ ，以低分群為參照組，四個轉移機率的計算過程如下：

$$Trans11 = P(C_{t+1} = 1 | C_t = 1) = \frac{\exp(\alpha + \beta)}{\sum \exp(\alpha + \beta)} = \frac{\exp(0 + 0.5)}{\exp(0 + 0) + \exp(0 + 0.5)} = \frac{1.6478}{1 + 1.6478} = .6225$$

$$Trans12 = P(C_{t+1} = 2 | C_t = 1) = 1 - Trans11 = 1 - .6225 = .3775$$

$$Trans21 = P(C_{t+1} = 1 | C_t = 2) = \frac{\exp(\alpha)}{\sum \exp(\alpha)} = \frac{\exp(0)}{\exp(0) + \exp(0)} = \frac{1}{1 + 1} = .5$$

$$Trans22 = P(C_{t+1} = 2 | C_t = 2) = 1 - Trans21 = 1 - .5 = .5$$

兩個潛在類別的潛在類別機率，在起始時點 ($t=1$) 的截距設為 0，亦即 $\pi_{11}=.5$ 與 $\pi_{12}=.5$ ，次時點的潛在類別機率則分別為 .5612 與 .4388，亦即第一個潛在類別的移入

者多於移出者，次時點的比例增加；第二個潛在類別的移出者多於移入者，次時點比例降低：

$$\pi_{21} = P(C = 1 | T = 2) = \pi_{11} \times \text{Trans11} + \pi_{12} \times \text{Trans21} = .5 \times .6225 + .5 \times .5 = .5612$$

$$\pi_{22} = P(C = 2 | T = 2) = \pi_{12} \times \text{Trans12} + \pi_{11} \times \text{Trans22} = .5 \times .3775 + .5 \times .5 = .4388$$

模擬時對於資料設定為測量恆等並具有定態條件，亦即在不同時點下的轉移機率與因素負荷量等參數具有跨時點間恆等性，模擬樣本數為 1000，藉以提供充分數量的樣本條件，並得以利用整數除項來計算分類比例（人數除以 1000），藉以評估不同模擬條件下的分類效能。

(二) 隨機截距設定

在 RI 的強度部分，潛在變數 ξ 的強弱由因素負荷量來設定，藉以模擬測量題目跨時點間的不同相關強度：當因素負荷量越高、題目間的相關越高，個體所存在的跨時間不變的穩定特質強度越強，本研究以因素變異與測量殘差變異均為 1.0 的條件下，以 0、0.25、0.5、1、2 五種因素負荷量設定值來模擬不同強度的特質因素，各種強度條件所對應的變數相關與組合信度如表 1 所示。

表 1 模擬研究的不同隨機截距強度設定值

效果類型		RI 強度				
		無 (RI ₀)	弱 (RI _{.25})	中 (RI _{.5})	強 (RI _{1.0})	極強 (RI _{2.0})
因素負荷	λ	0.0	0.25	0.5	1.0	2.0
組合信度	ρ_c	.000	.238	.556	.833	.952
題目相關	r	.000	.059	.200	.500	.800
	r'	.000	.238	.333	.556	.810

註：因素負荷量與相關係數的對應係以潛在特質平均數為 0、變異數為 1、測量殘差變異為 1 推估得出。 r 為無異質母體分割下的題目相關， r' 係基於各異質群體平均數差距為 1 且比例相當下的變異放大調整估計值。

當因素負荷量設定為 0，表示測量變數相互獨立（相關為 0），特質因素的組合信度為 0，此時不存在著有意義的穩定特質，等同於 Asparouhov 與 Muthén (2022) 與 Tseng (2023) 模擬研究的一般 LTA 模型生成的模擬資料（不帶 RI 項）；相對的，當因素負荷量設定值提高，表示題目間相關很強而有 RI 估計需要。例如當因素負荷量為 $\lambda=2$ 時，測量變數的變異數為 5、共變數為 4、相關係數為 .8、組合信度為 .952，屬於最強的隨機截距設定，計算如下：

$$\text{Var}(y) = \lambda^2 \text{Var}(\xi) + \text{Var}(\varepsilon) = 2^2 \times 1 + 1 = 5$$

$$\text{Cov}(y_1, y_2) = \lambda_1 \lambda_2 \text{Var}(\xi) = 2 \times 2 \times 1 = 4$$

$$Cor(y_1, y_2) = Cov(y_1, y_2) / \sqrt{Var(y_1)Var(y_2)} = 4/5 = .8$$

$$\rho_c = \frac{(\sum \lambda_i)^2}{[(\sum \lambda_i)^2 + \sum \Theta_{ii}]} = \frac{(5 \times 2)^2}{[(5 \times 2)^2 + 5 \times 1]} = \frac{100}{105} = .952$$

值得注意的是，由於模擬資料生成時包含異質母體設定，各時點下的觀察值皆被分成高分組（ $\nu_1=1$ 、 $\sigma_1=1$ ）與低分組（ $\nu_2=0$ 、 $\sigma_2=1$ ），模擬資料生成時，各測量變數的平均數不再是 0，如果兩組人數相當（ $\pi_1=\pi_2=.5$ ），測量變數平均數將拉高至 0.5，各題變異數與共變數放大 0.25。當因素負荷量為 $\lambda=2$ 時， $Var'(y) = 5 + .25 = 5.25$ 、 $Cov'(y_1, y_2) = 4 + .25 = 4.25$ ，導致相關係數放大至.81，但組合信度不受異質群體分割的影響而維持不變。

（三）BCH加權與輔助變數

基於三步驟估計原則，模擬分析步驟一為無條件 RI-LTA（unconditional RI-LTA），亦即所有觀察值依據前述的 RI-LPT 模型設定，在帶有 RI 不同強度的前提下，在三個時點各自進行異質母體估計得到三個時點（ $T=3$ ）下的三個潛在類別變數（C1、C2、C3）與兩個潛在類別（ $K=2$ ）的事後分類別歸屬，第二階段估計得到 $K^T=2^3=8$ 種組合下的 BCH 權數。

為比較第一階段的模式設定是否帶有 RI 項的影響，第一階段的無條件模型區分為不帶有 RI 項的無條件 LTA 分析（M1：[M_{RI-}]）與帶有 RI 項的無條件 RI-LTA 分析（M2：[M_{RI+}]）兩種模型。第二步驟所需要製作的 BCH 權數，可利用 Mplus8.11 的 `save=bchweight` 指令計算得出，提供第三步驟以 `training` 指令進行偏誤校正（Asparouhov & Muthén, 2021, p.46）。當 BCH 權數以 M1 模型計算，由於無條件模型中不帶有 RI 項，所得到的 BCH 權數忽略 RI 因素，亦即本研究所定義之不完整的 BCH 權數（BCH_{RI-}）；相對之下，M2 模型因為帶有 RI 項，所得到的 BCH 權數將能正確反映資料的內容與無條件模型設定，將可得到正確的 BCH 權數（BCH_{RI+}）。

第三步驟的輔助模型依照圖 3 的模式設定，納入一個共變數 $X \sim N(0,1)$ 與一個遠端變數 $Z \sim N(0,1)$ ，兩者分別設定成對特質因素的影響（個體間）與對潛在類別變數（C）的影響（個體內）。在個體間部分，共變項 X 對 RI 的影響設定為 $\gamma_{RI}=1.0$ ，RI（ ξ ）對遠端變數 z 的影響設定為 $\omega_{RI}=1.0$ ；在個體內部分，x 對於三個時點的影響設定為具有定態的 $\gamma_c = \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = .5$ ，潛在類別變數對 Z 的影響則是在 C1、C2、C3 的組內截距設定，將 Z 在高分組截距設定為+1、在低分組的截距設定為 0，亦即高分組較低分組在 Z 的平均數高了 1 個標準差，此一差異亦設定跨時點相等之測量恆等設定，模擬資料生成語法與詳細語法說明列於附錄一。

基於第二步驟有兩種不同的 BCH 權數計算程序，第三步驟的輔助變數納入後的 LTA 模型可區分成四種狀態：無 BCH 加權之 aux-LTA（M3：[BCH_{No}+M_{RI-}]）、無 BCH 加權之 aux-RI-LTA（M4：[BCH_{No}+M_{RI+}]）、不完整的 BCH_{RI-}加權的 aux-RI-LTA

(M5: [BCH_{RI-}+M_{RI+}])、完整的 BCH_{RI+}加權之 aux-RI-LTA (M6: [BCH_{RI+}+M_{RI+}])，四種情境均透過帶有輔助變數的模擬生成數據來分析，藉以比較不同加權條件與模式設定下的 γ_{RI} 、 ω_{RI} 、 γ_c 的估計情形。

(四) 模擬分析程序

依照五種不同 RI 強度設計，本研究模擬生成帶有不同因素負荷強度的重複觀測三次之五個連續隨機變數。在 RI 強度為 0 (RI₀) 的條件下，跨越各時點的測量變數之間並不帶有 RI 資訊而為 LTA 模擬資料，此時測量變數間會帶有一定程度的跨時點相關，係 X 及 Z 的模擬效果。當 RI 強度逐漸增強，測量變數之間的相關提高，此時即為不同強度的 RI-LTA 模擬資料。

模擬分析的第一個步驟以無條件 LTA (M1) 與無條件 RI-LTA (M2) 兩種模型進行不同 RI 強度下的異質性估計，共計形成 2×5=10 種模擬分析條件。各條件下的各模型除了估計分類轉移情形，並可建立五種不同 RI 強度下的 BCH_{RI-}與 BCH_{RI+}，亦即第二步驟。第三步驟納入輔助變數 X 與 Z，並比較不同 RI 強度條件下，以不同 BCH 加權設計 (M3 至 M6) 來對於分類結果與參數估計的影響，共形成 4×5=20 種模擬分析條件。每種條件進行蒙地卡羅抽樣重複 500 次，以 Mplus8.11 進行模擬分析，模擬結果包括母體真值、重複 500 次估計平均值與標準差、重複估計的平均標準差 (Ave SE) 與均方誤 (MSE)、95% 覆蓋率與拒絕參數為零的檢定力 (Power) (參數估計的信賴區間不包含零的比例)。本研究採取參數估計偏誤 (bias) (估計值與母體真值的差異)、平均標準誤、均方誤、覆蓋率與檢定力來評估參數模擬狀況。

五、蒙地卡羅模擬結果

(一) 異質分類與估計效能

步驟一的無條件模型僅以 5 個連續變數在 3 個時點的重複測量進行分析，不納入輔助變數。十種模擬條件的模型分類結果列於表 2，參數估計結果列於表 3。

由表 2 可以看出，以 LTA 模型來分析 RI 效果最強的 M1: [M_{RI-}, RI_{2.0}] 條件分類效果最不穩定。幾乎所有的觀察值都落入不移動的 [1-1-1] (49.3%) 與 [2-2-2] (49.1%) 兩個群組，1000 個觀察值僅有 15 筆存在至少一次的群組移動。RI 效果稍弱的 [M_{RI-}, RI_{1.0}] 也有類似的狀況，不移動的觀察值也達到 44.75%+44.14%=88.89%。次時點的兩個異質群體比例 (C2 的分布機率) 接近 .5，明顯偏離模擬真值 ($\pi_{21}=.5632$ 、 $\pi_{22}=.4388$)。

相對之下，以 RI-LTA 模型來分析各種不同 RI 強度的生成資料，不論是 RI 強度最低的 M2: [M_{RI+}, RI₀] 條件或 RI 強度最強的 M2: [M_{RI+}, RI_{2.0}] 條件，分類效果都維持穩定。在中度以下的 RI 強度條件，C2 與 C3 的異質族群比例均接近模擬真值，而在高強度的 M2 之 [M_{RI+}, RI_{1.0}] 與 [M_{RI+}, RI_{2.0}]，C2 與 C3 的異質族群比例僅略高於模擬真值約 3%，顯示 RI-LTA 的分類估計可以有效吸收資料間存在的跨時間穩定特質。

表 2 不同 RI 強度在不同模式設定的分類效能分析（無輔助變數參數）

模式設定	群組	RI 強度									
		RI ₀ 無		RI _{0.25} 弱		RI _{0.5} 中		RI _{1.0} 強		RI _{2.0} 極強	
		n	prob	n	prob	n	prob	n	prob	n	prob
M1 [M _{RI-}]	移動										
	1-1-1	219	.2195	298	.2977	373	.3732	447	.4475	493	.4930
	1-1-2	110	.1103	83	.0828	54	.0536	24	.0239	3	.0034
	1-2-1	80	.0802	43	.0429	18	.0179	4	.0037	0	.0001
	1-2-2	89	.0891	71	.0710	46	.0457	19	.0194	2	.0024
	2-1-1	150	.1496	112	.1119	71	.0713	32	.0324	6	.0061
	2-1-2	84	.0841	49	.0491	21	.0215	5	.0049	0	.0002
	2-2-1	120	.1205	95	.0952	62	.0618	27	.0268	4	.0039
	2-2-2	147	.1468	250	.2495	355	.3551	441	.4414	491	.4910
	各期										
	C1#1	499	.4991	494	.4943	490	.4903	494	.4945	498	.4989
	C1#2	500	.5009	505	.5057	509	.5097	505	.5055	501	.5011
	C2#1	563	.5635	541	.5414	519	.5195	508	.5087	502	.5027
	C2#2	436	.4365	458	.4586	480	.4805	491	.4914	497	.4974
	C3#1	569	.5697	547	.5477	524	.5242	510	.5105	503	.5031
C3#2	430	.4303	452	.4523	475	.4758	489	.4896	496	.4969	
M2 [M _{RI+}]	移動										
	1-1-1	219	.2195	218	.2184	165	.1650	134	.1335	123	.1231
	1-1-2	110	.1103	116	.1158	139	.1395	156	.1564	160	.1600
	1-2-1	80	.0802	77	.0770	101	.1013	119	.1192	124	.1236
	1-2-2	89	.0891	92	.0924	103	.1030	106	.1059	107	.1069
	2-1-1	150	.1496	157	.1566	187	.1867	206	.2059	210	.2099
	2-1-2	84	.0841	78	.0781	92	.0917	98	.0981	100	.1003
	2-2-1	120	.1205	123	.1234	137	.1370	142	.1419	143	.1428
	2-2-2	147	.1468	138	.1385	76	.0758	39	.0391	33	.0334
	各期										
	C1#1	499	.4991	503	.5035	508	.5088	514	.5149	513	.5136
	C1#2	500	.5009	496	.4965	491	.4912	485	.4851	486	.4864
	C2#1	563	.5635	568	.5688	582	.5828	593	.5939	593	.5933
	C2#2	436	.4365	431	.4312	417	.4172	406	.4061	406	.4067
	C3#1	569	.5697	575	.5754	590	.5901	600	.6005	599	.5995
C3#2	430	.4303	424	.4247	409	.4100	399	.3995	400	.4005	

註：RI₋表示不含 RI 項的模型，RI₊表示模型帶有 RI 項。C1、C2、C3 為 t=1、2、3 的潛在類別變數，#表示群組次序。群組標示*-*-*的第一個數值為 C1 的組別、第二個數值為 C2 的組別、第三個數值為 C3 的組別。

檢視 LTA 最主要的轉移機率參數的估計效能，同樣可以發現 RI-LTA (M2 模型) 可以得到穩定不偏的估計結果。由表 3 可知，各條件下的參數估計 MSE 均在 .01 以下，除了強度微弱的 RI₂₅ 條件的 Trans11、Trans21 覆蓋率稍低 (.680、.674)，中度效果的 RI₅₀ 條件的轉移機率覆蓋率已經接近 .90，更高強度的 RI_{1.0} 與 RI_{2.0} 的覆蓋率均達到 .90 以上。而 RI₀ 條件因為資料中沒有任何 RI 效果，以 M2 模型的 RI-LTA 進行估計的不偏性反而十分理想 (Trans11、Trans21 的覆蓋率為 .902、.868)，進一步增加比 RI₂₅ 條件更微弱的 RI₂、RI₁ 兩種 RI 效果條件進行模擬分析，以 M2 模型進行估計的 Trans11 的覆蓋率先由 RI₂₅ 的 .680 下降至 .652 (RI₂) 又回升到 .732 (RI₁)、Trans21 的覆蓋率也是由 RI₂₅ 的 .674 先下降到 .626 (RI₂) 而又回升到 .686 (RI₁) (未列表)，呈現出以 RI₂ 條件附近為偏誤最低點的 U/V 型態趨勢。

表 3 不同 RI 強度的轉移機率估計效能（無輔助變數參數）

模式設定	RI 強度	參數	Est.	Bias	Ave SE	MSE	Coverage	Power	
M1 [M _{RI-}]	RI ₀	Trans11	.646	.023	.034	.002	.902	1.000	
		Trans21	.469	-.031	.035	.002	.868	1.000	
	RI _{0.25}	Trans11	.760	.137	.028	.020	.002	1.000	
		Trans21	.323	-.177	.030	.032	.000	1.000	
	RI _{0.5}	Trans11	.862	.239	.023	.058	.000	1.000	
		Trans21	.190	-.310	.025	.097	.000	1.000	
	RI _{1.0}	Trans11	.948	.325	.015	.106	.000	1.000	
		Trans21	.079	-.421	.017	.178	.000	1.000	
	RI _{2.0}	Trans11	.994	.371	.006	.138	.000	1.000	
		Trans21	.014	-.486	.010	.236	.000	.232	
	M2 [M _{RI+}]	RI ₀	Trans11	.646	.023	.034	.002	.902	1.000
			Trans21	.469	-.031	.035	.002	.868	1.000
RI _{0.25}		Trans11	.683	.060	.043	.005	.680	1.000	
		Trans21	.432	-.068	.047	.007	.674	1.000	
RI _{0.5}		Trans11	.658	.035	.055	.004	.872	1.000	
		Trans21	.464	-.036	.061	.005	.890	1.000	
RI _{1.0}		Trans11	.644	.021	.068	.004	.928	1.000	
		Trans21	.484	-.016	.075	.005	.938	1.000	
RI _{2.0}		Trans11	.637	.014	.077	.005	.924	1.000	
		Trans21	.487	-.013	.085	.006	.932	.992	

註：RI₋表示不含 RI 項的模型，RI₊表示模型帶有 RI 項。Trans11 為第一個潛在類別的轉移機率，母體真值為.6225；Trans21 為第二個潛在類別的轉移機率，母體真值為.50。

相對之下，不帶 RI 項的 LTA 估計 (M1 模型)，轉移機率的估計效能在微弱的 RI₂₅ 條件下，覆蓋率已經降到幾乎為 0。即使是更微弱的 RI₂ 條件，轉移機率 Trans11 與 Trans21 覆蓋率仍低至.044 與.008，到了 RI₁ 條件下 Trans11 與 Trans21 覆蓋率才回升到.468 與.326 (未列表)，顯示不帶 RI 項的 LTA 僅能在非常微弱的 RI 強度下有效估計轉移機率參數。

(二) 輔助變數模型的分類偏誤校正

基於第一步驟的未帶有輔助變數的無條件模型估計的事後分類，可進行分類誤差估計與 BCH 權數計算 (第二步驟)，據以進行帶有輔助變數的分類估計 (第三步驟)。此時由於第三步驟納入輔助變數，所進行的 LTA 或 RI-LTA 分析可標示為 aux-LTA 或 aux-RI-LTA，如果沒有經過適當的 BCH 加權，在第三步驟將造成分類歸屬偏移。各種模擬情境的分類結果列於表 4。

表 4 不同 BCH 加權狀況下的分類效能分析 (帶有輔助變數參數)

BCH 設定	群組	RI 強度									
		RI ₀ 無		RI _{0.25} 弱		RI _{0.5} 中		RI _{1.0} 強		RI _{2.0} 極強	
		n	prob	n	prob	n	prob	n	prob	n	prob
M3 BCH _{No} + M _{RI-}	1-1-1	35	.0349	8	.0081	25	.0255	45	.0452	42	.0425
	1-1-2	56	.0563	231	.2311	160	.1605	150	.1501	100	.0995
	1-2-1	212	.2121	226	.2257	263	.2630	248	.2479	197	.1967
	1-2-2	77	.0771	7	.0073	23	.0226	40	.0396	161	.1607
	2-1-1	132	.1315	11	.0113	25	.0254	43	.0425	152	.1523
	2-1-2	152	.1519	248	.2478	272	.2719	256	.2557	197	.1974
	2-2-1	249	.2488	263	.2632	193	.1926	168	.1681	105	.1054
	2-2-2	87	.0874	5	.0055	39	.0386	51	.0509	45	.0454
	C1#1	380	.3804	472	.4722	471	.4715	482	.4828	499	.4994
	C1#2	619	.6197	527	.5278	528	.5285	517	.5172	500	.5006
M4 BCH _{No} + M _{RI+}	C2#1	374	.3745	498	.4982	483	.4832	493	.4935	491	.4917
	C2#2	625	.6255	501	.5018	516	.5168	506	.5065	508	.5083
	C3#1	627	.6273	508	.5083	506	.5065	503	.5037	496	.4970
	C3#2	372	.3727	491	.4917	493	.4935	496	.4963	503	.5030
	1-1-1	222	.2219	213	.2131	193	.1927	168	.1682	160	.1595
	1-1-2	107	.1066	111	.1111	119	.1190	129	.1288	132	.1319
	1-2-1	84	.0838	88	.0883	96	.0960	104	.1042	106	.1064
	1-2-2	87	.0873	88	.0876	93	.0925	100	.1000	105	.1050
	2-1-1	147	.1469	151	.1505	162	.1617	178	.1777	187	.1869
	2-1-2	87	.0872	91	.0908	96	.0959	100	.0998	99	.0988
M5 BCH _{RI-} + M _{RI+}	2-2-1	116	.1163	120	.1202	127	.1267	131	.1311	130	.1303
	2-2-2	150	.1502	138	.1383	116	.1156	90	.0902	81	.0811
	C1#1	499	.4995	500	.5001	500	.5002	501	.5013	502	.5029
	C1#2	500	.5005	499	.4999	499	.4998	498	.4987	497	.4971
	C2#1	562	.5626	565	.5655	569	.5693	574	.5745	577	.5772
	C2#2	437	.4375	434	.4345	430	.4307	425	.4255	422	.4229
	C3#1	568	.5688	572	.5722	577	.5771	581	.5812	583	.5832
	C3#2	431	.4312	427	.4279	422	.4230	418	.4188	416	.4168
	1-1-1	219	.2194	298	.2976	373	.3732	447	.4475	493	.4930
	1-1-2	110	.1103	83	.0828	54	.0536	24	.0239	3	.0034
M6 BCH _{RI+} + M _{RI+}	1-2-1	80	.0802	43	.0429	18	.0179	4	.0037	0	.0001
	1-2-2	89	.0892	71	.0710	46	.0457	19	.0194	2	.0024
	2-1-1	150	.1497	112	.1119	71	.0713	32	.0324	6	.0061
	2-1-2	84	.0842	49	.0491	21	.0215	5	.0049	0	.0002
	2-2-1	120	.1205	95	.0952	62	.0618	27	.0268	4	.0039
	2-2-2	147	.1466	249	.2495	355	.3551	441	.4414	491	.4910
	C1#1	499	.4991	494	.4943	490	.4903	494	.4945	498	.4989
	C1#2	500	.5009	505	.5057	509	.5097	505	.5055	501	.5011
	C2#1	563	.5635	541	.5414	519	.5195	508	.5087	502	.5027
	C2#2	436	.4365	458	.4586	480	.4805	491	.4914	497	.4974
M6 BCH _{RI+} + M _{RI+}	C3#1	569	.5698	547	.5477	524	.5242	510	.5105	503	.5031
	C3#2	430	.4302	452	.4524	475	.4758	489	.4896	496	.4969
	1-1-1	219	.2194	217	.2168	163	.1631	137	.1366	125	.1249
	1-1-2	110	.1103	116	.1163	140	.1401	156	.1561	160	.1599
	1-2-1	80	.0802	78	.0778	102	.1025	119	.1186	123	.1233
	1-2-2	89	.0892	93	.0927	103	.1034	106	.1057	107	.1067
	2-1-1	150	.1497	157	.1568	188	.1876	207	.2069	210	.2105
	2-1-2	84	.0842	79	.0788	93	.0926	96	.0963	100	.0996
	2-2-1	120	.1205	124	.1239	137	.1372	140	.1403	142	.1417
	2-2-2	147	.1466	137	.1369	74	.0736	40	.0395	34	.0336
M6 BCH _{RI+} + M _{RI+}	C1#1	499	.4991	503	.5037	509	.5090	517	.5171	514	.5147
	C1#2	500	.5009	496	.4963	490	.4910	482	.4829	485	.4853
	C2#1	563	.5635	568	.5687	583	.5834	595	.5958	594	.5948
	C2#2	436	.4365	431	.4313	416	.4166	404	.4042	405	.4052
	C3#1	569	.5698	575	.5753	590	.5903	602	.6024	600	.6004
	C3#2	430	.4302	424	.4248	409	.4097	397	.3976	399	.3996

由表 4 可以看出，沒有經過 BCH 加權且未帶有 RI 設定的 M3：[BCH_{No}+M_{RI-}]模型 (aux-LTA)，其分類結果在五種不同 RI 強度下皆大幅偏離模擬設定值，在三個時點維持在相同群組 (1-1-1 或 2-2-2) 的機率極低，各時點的潛在類別機率接近.5，表示資

料在時點間呈現隨機移動的現象，無法反映資料模擬狀況。相對的，模式設定正確且經過正確加權的 M6：[BCH_{RI+}+M_{RI+}] (aux-RI-LTA)，其分類結果在各種 RI 強度下最為穩定。如果將表 4 的 M6 分類結果與表 2 的無條件 RI-LRT 之 M_{RI+}模型分類結果相比較，可發現 M6 納入輔助變數估計的 aux-RI-LTA 經過正確加權估計後，在各種 RI 強度條件下，觀察值的分類情形完全相同，亦即並未發生分類歸屬偏移。

進一步的，如果以未帶 RI 項所建立的 BCH 權數 (BCH_{RI-}) 來進行不正確的 BCH 加權估計，亦即 M5：[BCH_{RI-}+M_{RI+}]模型，隨著 RI 效果增加，分類偏移也明顯增加，例如在 RI_{2.0} 強度下，幾乎所有的觀察值都維持不移動的 1-1-1 狀態 (49.3%) 與 2-2-2 狀態 (49.1%)，僅有 0.6%的觀察值在 3 個時點中發生至少一次的移動。表 4 的 M5 與 M6 兩者僅有在 RI₀ 強度下有相同的分類結果。顯示如果資料帶有 RI 訊息且納入輔助變數的 aux-RI-LTA，若使用錯誤的 BCH 權數，將得到完全不可採信的分類結果。

至於未經 BCH 加權但帶有 RI 項的 M4：[BCH_{No}+M_{RI+}] (aux-RI-LTA) 進行分析，分類結果雖不若 M3 偏離母體真值的嚴重程度，但分類結果與第一階段無條件 RI-LTA 的 M_{RI+}模型分類歸屬仍存在相當程度的差異，結果整理於表5。

表 5 未經 BCH 加權 RI-LTA 分類偏移估計

模型設定	RI 強度										
	RI ₀ 無		RI _{0.25} 弱		RI _{0.5} 中		RI _{1.0} 強		RI _{2.0} 極強		
	Prob	偏移比	Prob	偏移比	Prob	偏移比	Prob	偏移比	Prob	偏移比	
移動											
1-1-1	A	.2195	1.08%	.2184	-2.49%	.1650	14.37%	.1335	20.63%	.1231	22.82%
	B	.2219		.2131		.1927		.1682		.1595	
1-1-2	A	.1103	-3.47%	.1158	-4.23%	.1395	-17.23%	.1564	-21.43%	.1600	-21.30%
	B	.1066		.1111		.1190		.1288		.1319	
1-2-1	A	.0802	4.30%	.0770	12.80%	.1013	-5.52%	.1192	-14.40%	.1236	-16.17%
	B	.0838		.0883		.0960		.1042		.1064	
1-2-2	A	.0891	-2.06%	.0924	-5.48%	.1030	-11.35%	.1059	-5.90%	.1069	-1.81%
	B	.0873		.0876		.0925		.1000		.1050	
2-1-1	A	.1496	-1.84%	.1566	-4.05%	.1867	-15.46%	.2059	-15.87%	.2099	-12.31%
	B	.1469		.1505		.1617		.1777		.1869	
2-1-2	A	.0841	3.56%	.0781	13.99%	.0917	4.38%	.0981	1.70%	.1003	-1.52%
	B	.0872		.0908		.0959		.0998		.0988	
2-2-1	A	.1205	-3.61%	.1234	-2.66%	.1370	-8.13%	.1419	-8.24%	.1428	-9.59%
	B	.1163		.1202		.1267		.1311		.1303	
2-2-2	A	.1468	2.26%	.1385	-0.14%	.0758	34.43%	.0391	56.65%	.0334	58.82%
	B	.1502		.1383		.1156		.0902		.0811	
各期											
C1#1	A	.4991	0.08%	.5035	-0.68%	.5088	-1.72%	.5149	-2.71%	.5136	-2.13%
	B	.4995		.5001		.5002		.5013		.5029	
C1#2	A	.5009	-0.08%	.4965	0.68%	.4912	1.72%	.4851	2.73%	.4864	2.15%
	B	.5005		.4999		.4998		.4987		.4971	
C2#1	A	.5635	-0.16%	.5688	-0.58%	.5828	-2.37%	.5939	-3.38%	.5933	-2.79%
	B	.5626		.5655		.5693		.5745		.5772	
C2#2	A	.4365	0.23%	.4312	0.76%	.4172	3.13%	.4061	4.56%	.4067	3.83%
	B	.4375		.4345		.4307		.4255		.4229	
C3#1	A	.5697	-0.16%	.5754	-0.56%	.5901	-2.25%	.6005	-3.32%	.5995	-2.79%
	B	.5688		.5722		.5771		.5812		.5832	
C3#2	A	.4303	0.21%	.4247	0.75%	.4100	3.07%	.3995	4.61%	.4005	3.91%
	B	.4312		.4279		.4230		.4188		.4168	

註：模型設定中的 A 為表 2 無條件 RI-LTA (M2:[M_{RI+}]) 分類結果，B 為表 4 的 M4:[BCH_{No}+M_{RI+}] 未經 BCH 加權的 aux-RI-LTA 分類結果，兩者差距除以 A 模型的分類比例得到偏移比率。

以 $RI_{2.0}$ 強度為例，M4 模型對於 C1、C2、C3 三時點的第一組 C1#1、C2#1、C3#1 分類人數分別為 502 (.5029)、577 (.5772)、583 (.5832)，偏移比例為 -2.13%、-2.79%、-2.79%；如果從各時點間的保留或移動機率來看，在 $RI_{2.0}$ 強度下維持在相同群組的 1-1-1 或 2-2-2 偏移比例高達 22.82%與 58.82%，顯示隨著 RI 強度提高，分類偏移比例亦隨之提高。

(三) 輔助變數效果的參數估計

前一節討論之各模型在各模擬條件下分析得到的輔助變數參數估計結果列於表 6。很明顯的，未經 BCH 加權的 M4：[$BCH_{N_0+M_{RI+}}$]雖存在明顯的分類偏移，但不論是個體間的 $X \rightarrow RI$ 迴歸係數 (γ_{RI}) 或 $RI \rightarrow Z$ 的迴歸係數 (ω_{RI})，或是個體內的 $X \rightarrow C$ 的羅吉斯迴歸係數 (γ_c) 或 C 在 Z 的兩水準的差異比較 (ω_c)，參數估計結果都有極低的偏誤與極高的覆蓋率與檢定力，這是因為模擬資料的真值是以資料生成的設定值作為比較基準，同時各參數並未經過分類不確定的偏誤調整，不存在 BCH 加權的影響。

至於最穩定的 M6：[$BCH_{RI+}+M_{RI+}$]的參數估計結果，若以資料生成的設定值作為比較基準，在遠端變數 Z 有關的參數表現較優，例如 Z 在兩個潛在類別的平均水準 ($Z1_{mean}$ 與 $Z2_{mean}$)，在五種 RI 強度中，除了 RI_0 強度條件下的檢定力理想但覆蓋率稍低(.765)，在其他 RI 強度下都有超過.9 的覆蓋率，其中應顯著不為 0 的 $Z1_{mean}=1$ 的檢定力接近 1.0， $Z2_{mean}=0$ 的檢定力則為 0，均表示經過正確 BCH 加權的 RI-LTA，可以對遠端變數進行穩定的估計。相對之下， $RI \rightarrow Z$ 的迴歸係數 (ω_{RI})，在 RI 強度最強的 $RI_{2.0}$ 資料條件下有較高的覆蓋率 (.768) 與檢定力之外，其餘強度的覆蓋情形並不高。最後，對於共變項 X 的相關參數，不論是個體內的 $C \rightarrow Z$ (γ_c) 參數或個體間的 $RI \rightarrow X$ (γ_{RI}) 參數，同樣也有檢定力極高但覆蓋率不穩定的現象。

如果檢視各參數 500 次估計值平均 (Est) 與偏差量 (Bias)，可以發現 M6：[$BCH_{RI+}+M_{RI+}$]模型各輔助變數參數估計結果有相當的規律，例如 $X \rightarrow RI$ 的迴歸係數 (γ_{RI}) 在各 RI 強度下穩定提高大約 0.058 至 0.095 的幅度， $RI \rightarrow Z$ 的迴歸係數 (ω_{RI}) 在各 RI 強度下在 -.404 至 1.197 的區間內變動，遠端變數 Z 在兩個潛在類別的平均值皆比資料生成的母體真值參數提高大約 0.1 至 0.2 的水準。這些參數估計的波動除了是不同 RI 強度的測量變數相關與輔助變數效果之間的聯合作用，也帶有 BCH 加權所造成的影響，並非基於資料生成所設定的原始參數數值，也因此模擬分析的各種指標所顯現的模擬品質也僅提供參考，而應將討論的焦點放諸於估計值強度的討論，這也正是 aux-RI-LTA 必須以多階段程序進行分類誤差校正之後，再進行輔助變數參數估計的目的所在。

如果 BCH 權數是在不正確的模式設定基礎上估計得到，亦即 M5：[$BCH_{RI-}+M_{RI+}$]，加權後的分類結果不僅沒有合理的校正效果，輔助變數效果偏誤情形更明顯且不規律。類似的現象也發生在無 BCH 加權且不正確的模式設定（以 LTA 分析帶有 RI 的模擬資料），因此 M4：[$BCH_{N_0+M_{RI-}}$]與 M5：[$BCH_{RI-}+M_{RI+}$]兩模型的輔助變數效果估計皆無討論價值。

表 6 輔助變數參數的模擬分析結果

參數 RI	BCH _{No} MRI ₋ (M3)						BCH _{No} MRI ₊ (M4)					
	Est.	Bias	AveSE	MSE	Cover	Power	Est.	Bias	AveSE	MSE	Cover	Power
RI on X RI ₀	-	-	-	-	-	-	109.71	108.71	28.930	50606	.502	.560
(1) RI _{0.25}	-	-	-	-	-	-	1.005	.005	.073	.005	.964	1.000
RI _{0.5}	-	-	-	-	-	-	1.005	.005	.062	.004	.964	1.000
RI _{1.0}	-	-	-	-	-	-	1.007	.007	.056	.003	.954	1.000
RI _{2.0}	-	-	-	-	-	-	1.007	.007	.046	.002	.930	1.000
Z on RI RI ₀	-	-	-	-	-	-	4.764	3.764	1.119	85.846	.488	.560
(1) RI _{0.25}	-	-	-	-	-	-	.997	-.003	.060	.003	.950	1.000
RI _{0.5}	-	-	-	-	-	-	.996	-.004	.044	.002	.952	1.000
RI _{1.0}	-	-	-	-	-	-	.995	-.005	.037	.001	.952	1.000
RI _{2.0}	-	-	-	-	-	-	.996	-.004	.035	.001	.966	1.000
C on X RI ₀	-.424	-.924	.093	.866	.002	.961	.499	-.001	.068	.004	.966	.998
(.5) RI _{0.25}	-1.355	-1.855	.116	3.460	.002	.998	.502	.002	.078	.005	.972	1.000
RI _{0.5}	-1.527	-2.027	.129	4.138	.000	.998	.504	.003	.105	.009	.970	.992
RI _{1.0}	-1.384	-1.884	.102	3.573	.000	1.000	.499	-.001	.162	.019	.964	.854
RI _{2.0}	-.748	-1.248	.057	1.566	.000	1.000	.493	-.007	.182	.024	.954	.816
Z1mean RI ₀	1.137	.137	.220	.121	.067	.618	.998	-.002	.074	.006	.958	1.000
(1) RI _{0.25}	1.627	.627	.166	.136	.420	.020	.999	-.001	.074	.006	.950	1.000
RI _{0.5}	1.337	.337	.557	.181	.423	.291	1.000	.000	.074	.005	.954	1.000
RI _{1.0}	1.111	.111	.267	.140	.083	.633	1.000	.000	.075	.005	.958	1.000
RI _{2.0}	.186	-.814	.093	.101	.672	.000	.999	-.001	.074	.005	.952	1.000
Z2mean RI ₀	-.176	-.176	.261	.153	.099	.630	-.002	-.002	.089	.007	.948	.052
(0) RI _{0.25}	-.621	-.621	.168	.127	.414	.012	-.002	-.002	.088	.008	.958	.042
RI _{0.5}	-.214	-.214	.656	.195	.475	.325	-.003	-.003	.086	.007	.958	.042
RI _{1.0}	-.003	-.003	.285	.142	.081	.741	-.003	-.003	.087	.007	.952	.048
RI _{2.0}	.949	.949	.098	.100	.911	.000	-.002	-.002	.086	.007	.948	.052
參數 RI	BCH _{RI-} MRI ₊ (M5)						BCH _{RI+} MRI ₊ (M6)					
	Est.	Bias	AveSE	MSE	Cover	Power	Est.	Bias	AveSE	MSE	Cover	Power
RI on X RI ₀	189.00	188.00	12.228	-	.887	.861	189.00	188.00	12.228	-	.887	.861
(1) RI _{0.25}	1.077	.077	.061	.009	.739	1.000	1.085	.085	.082	.011	.661	.992
RI _{0.5}	1.101	.101	.064	.012	.446	.994	1.095	.095	.062	.011	.347	.996
RI _{1.0}	1.086	.086	.043	.009	.422	.996	1.083	.083	.079	.009	.384	.994
RI _{2.0}	1.057	.057	.040	.005	.690	1.000	1.058	.058	.039	.005	.581	.996
Z on RI RI ₀	.613	-.387	.165	.181	.163	.893	.613	-.387	.165	.181	.163	.893
(1) RI _{0.25}	.568	-.432	.165	.212	.174	.866	.596	-.404	.200	.196	.100	.863
RI _{0.5}	.517	-.483	.207	.271	.260	.766	.834	-.166	.106	.056	.499	.954
RI _{1.0}	.898	-.102	.084	.017	.738	.996	.697	-.303	.077	.074	.424	1.000
RI _{2.0}	1.014	.014	.056	.003	.936	1.000	1.090	.090	.070	.016	.768	.998
C on X RI ₀	.571	.071	.064	.009	.805	1.000	.571	.071	.064	.009	.805	1.000
(.5) RI _{0.25}	1.398	.898	.102	.817	.000	1.000	1.207	.707	.102	.520	.000	1.000
RI _{0.5}	1.921	1.421	.137	2.037	.000	1.000	1.114	.614	.104	.423	.004	1.000
RI _{1.0}	2.023	1.523	.140	2.342	.000	1.000	.697	.033	.077	.074	.424	1.000
RI _{2.0}	1.905	1.405	.129	1.993	.000	1.000	.376	-.124	.063	.027	.415	.998
Z1mean RI ₀	.872	-.128	.136	.037	.765	.990	.872	-.128	.136	.037	.765	.990
(1) RI _{0.25}	1.104	.104	.222	.059	.910	.976	1.158	.158	.249	.077	.921	.979
RI _{0.5}	1.247	.247	.301	.141	.860	.976	1.128	.128	.172	.055	.919	.990
RI _{1.0}	.743	-.257	.129	.083	.450	.992	1.129	.129	.160	.054	.877	.998
RI _{2.0}	.583	-.417	.090	.182	.004	1.000	1.140	.140	.166	.058	.887	.998
Z2mean RI ₀	.156	.156	.175	.058	.809	.191	.156	.156	.175	.058	.809	.191
(0) RI _{0.25}	-.088	-.088	.265	.073	.926	.074	-.215	-.215	.330	.129	.931	.069
RI _{0.5}	-.184	-.184	.326	.124	.918	.082	-.171	-.171	.218	.093	.927	.073
RI _{1.0}	.379	.379	.135	.162	.186	.814	-.120	-.120	.193	.067	.935	.065
RI _{2.0}	.548	.548	.091	.308	.002	.998	-.079	-.079	.187	.065	.912	.088

註：BCH_{RI-}表示不含 RI 項的 BCH 權數，BCH_{RI+}表示包含 RI 的 BCH 加權。各參數下方的括弧內數值為模擬資料生成的設定值。

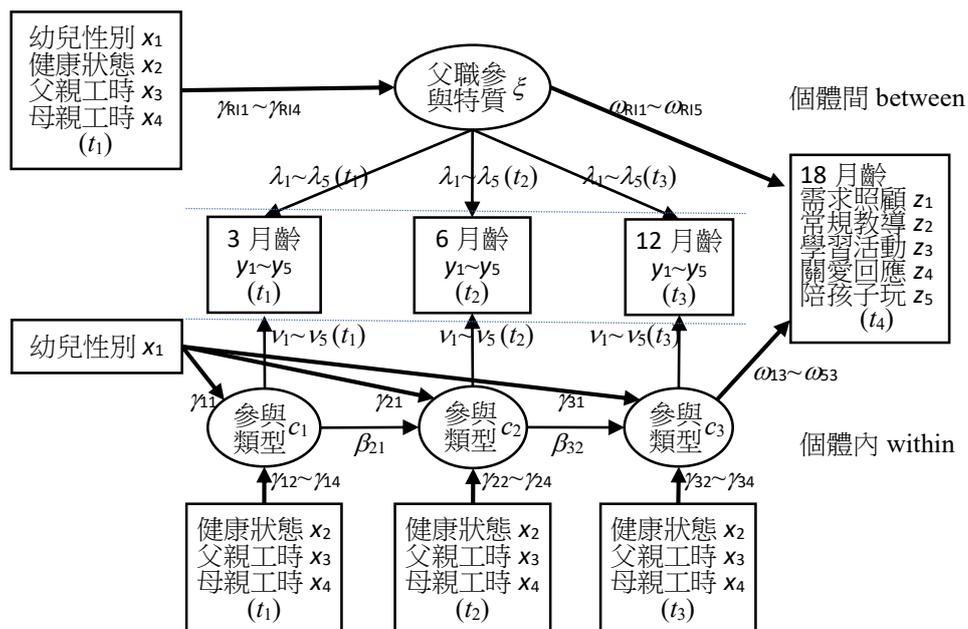
六、KIT 父職參與的實徵分析

(一) 實徵資料與模式設定

為說明隨機截距的意義，以及aux-RI-LTA的分析程序，並比較不同的BCH加權效果，本研究取用臺灣幼兒發展調查資料庫 (Kids in Taiwan: National Longitudinal Study of Child Development & Care, KIT) (張鑑如, 2023) 的3月齡組幼兒發展狀況和照護資料進行分析。排除填答者關係非父母親、漏答率達50%、特殊兒童(重大傷病、早產兒、非婚生幼兒)，保留男嬰1471名(50.8%)、女嬰1425名(49.2%)，男女比例相當，與初始樣本性別比例(.511:.489)無顯著差異($\chi^2_{(1)}=.108, p=.742$)。

在變數部分，本研究取用「親職參與」量表當中的父親資料，亦即父親「照顧這孩子的衣食等生活基本需求」、「教這孩子生活常規」、「幫助這孩子的學習活動」、「關愛與回應這孩子」、「陪這孩子玩」五題，各題以4點計分：1(很少/每週0-1次)、2(有時/每週1-2次)、3(經常/每週3-4次)、4(很經常/每週5-7次)。過往研究將父職參與視為連續構念(例如王政傑, 2023; 李宇雯、張鑑如, 2022; 吳亞蓓、聶西平, 2021)，本研究則以異質群體的角度來估計「父職參與狀態」(C_t)隨時間變動的分群歸屬情形，取用3、6、12月齡的觀察資料進行分析，因此異質估計的狀態測量模型與模擬研究相同：觀察題數 $J=5$ 、測量時點 $T=3$ ，不隨時間變動的隨機截距則為「父職參與特質」。在潛在類別數目的設定上，為便於說明與比較，不逐一檢測實徵資料當中的最佳潛在類別數量，而逕以 $K=2$ 的三個潛在類別狀態來進行分析。

圖 4 父職參與實徵資料模型與參數圖示 (省略殘差標示)



輔助變數當中的遠端變數為 18 月齡下的五題父職參與量表得分，共變項取用不隨時間變動的幼兒性別 (0:女、1:男)，以及隨時間變動的 3、6、12 月齡下父母親工工時 (每週上班時數，計分為 1-7 分)、幼兒健康狀態 (4 點計分：1.有嚴重的健康問題、2.常常生病、3.普通/偶爾生病、4.很健康)，分別預測 3、6、12 月齡各對應時點下的潛在類別變數，各變數關係與模式設定列於圖 4。研究變數的描述統計與相關係數列於表 7。

表 7 實徵資料的描述統計與相關係數 (N=2896)

變數	M	SD	Y1T1	Y2T1	Y3T1	Y4T1	Y5T1	Y1T2	Y2T2	Y3T2	Y4T2	Y5T2	Y1T3	Y2T3	Y3T3	Y4T3	Y5T3
Y1T1	3.11	0.95	1														
Y2T1	2.46	1.18	.528	1													
Y3T1	2.62	1.11	.580	.790	1												
Y4T1	3.33	0.81	.711	.433	.521	1											
Y5T1	3.25	0.86	.696	.471	.569	.845	1										
Y1T2	3.06	0.97	.552	.340	.386	.441	.448	1									
Y2T2	2.58	1.12	.365	.516	.465	.303	.332	.584	1								
Y3T2	2.74	1.04	.415	.460	.509	.371	.400	.625	.785	1							
Y4T2	3.32	0.80	.422	.257	.320	.483	.482	.662	.475	.584	1						
Y5T2	3.26	0.85	.443	.289	.365	.481	.528	.665	.497	.619	.839	1					
Y1T3	3.14	0.96	.473	.300	.323	.381	.394	.540	.370	.402	.419	.437	1				
Y2T3	2.88	1.00	.380	.395	.404	.324	.345	.428	.502	.508	.374	.409	.709	1			
Y3T3	2.94	0.98	.383	.357	.390	.342	.360	.430	.447	.513	.391	.430	.709	.840	1		
Y4T3	3.37	0.78	.368	.233	.267	.416	.400	.415	.307	.357	.484	.471	.686	.620	.664	1	
Y5T3	3.30	0.83	.398	.254	.308	.414	.439	.437	.330	.392	.466	.509	.695	.649	.701	.853	1
Y1T4	3.15	0.97	.438	.279	.310	.344	.349	.489	.331	.370	.356	.392	.591	.494	.510	.467	.496
Y2T4	3.03	0.95	.369	.358	.375	.328	.338	.400	.415	.450	.340	.370	.492	.564	.558	.441	.476
Y3T4	3.01	0.96	.361	.349	.386	.324	.348	.396	.400	.466	.350	.382	.485	.544	.569	.446	.489
Y4T4	3.38	0.78	.339	.262	.292	.340	.343	.401	.304	.338	.400	.401	.470	.442	.460	.507	.501
Y5T4	3.28	0.84	.356	.283	.320	.331	.372	.404	.332	.372	.386	.427	.477	.459	.484	.489	.548
FWT1	4.52	1.13	-.175	-.116	-.125	-.146	-.140	-.173	-.110	-.143	-.136	-.153	-.134	-.133	-.142	-.103	-.124
FWT2	4.51	1.08	-.139	-.103	-.120	-.098	-.101	-.163	-.108	-.139	-.121	-.143	-.145	-.141	-.144	-.105	-.119
FWT3	4.53	1.06	-.135	-.083	-.110	-.097	-.096	-.153	-.079	-.108	-.111	-.134	-.164	-.148	-.159	-.128	-.139
FWT4	4.52	1.05	-.142	-.087	-.109	-.100	-.097	-.157	-.083	-.108	-.112	-.130	-.161	-.146	-.151	-.121	-.134
MWT1	2.96	1.59	.062	.043	.066	.037	.045	.072	.063	.076	.056	.074	.063	.085	.105	.042	.054
MWT2	3.00	1.57	.083	.046	.074	.066	.069	.083	.082	.105	.079	.089	.076	.095	.120	.055	.069
MWT3	3.09	1.54	.087	.050	.070	.066	.069	.086	.098	.104	.078	.084	.085	.103	.121	.070	.082
MWT4	3.12	1.52	.075	.059	.071	.051	.055	.058	.075	.079	.048	.062	.063	.084	.099	.040	.062
性別	1.49	0.50	.006	-.011	.009	.022	.015	.011	.002	-.012	.015	-.011	.007	-.008	.000	-.005	-.008

註：Y1 為「照顧這孩子的衣食等生活基本需求」、Y2 為「教這孩子生活常規」、Y3 為「幫助這孩子的學習活動」、Y4 為「關愛與回應這孩子」、Y5 為「陪這孩子玩」。T1 至 T3 為三個測量時點 (3、6、12 月齡)，T4 為 18 月齡的測量資料。FW 與 MW 為父母親工時，性別以女生為參照組。相關係數的雙尾檢定 $\alpha=.05$ 臨界值為 ± 0.036 ， $\alpha=.01$ 臨界值為 ± 0.048 。

輔助變數效果將以四種輔助變數模型來進行分析：

M_{aux1} ：[M_{RI-} , NoBCH]，無RI項無BCH加權的LTA

M_{aux2} ：[M_{RI+} , NoBCH]，有RI項無BCH加權的RI-LTA

M_{aux3} ：[M_{RI+} , BCH_{RI-}]，有RI項且帶有 BCH_{RI-} 加權的RI-LTA

M_{aux4} ：[M_{RI+} , BCH_{RI+}]，有RI項且帶有 BCH_{RI+} 加權的RI-LTA

由表7可以看出，父職參與測量的五個題目不僅在各時點下有中高相關，在不同時點間的相關也不低，例如3月齡與6月齡的父職參與題目相關介於.433至.845（平均為.614）與.475至.839（平均為.634），兩個月齡間的題目相關則介於.257至.552（平均為.415）。依照本研究先前的模擬分析結果，本節所使用的實徵資料符合應以RI-LTA進行分析的條件，同時也必須進行BCH加權來控制分群偏誤。各模型的分析以Mplus8.11（Muthén & Muthén, 1998-2017）的MLR估計法進行完全訊息最大概似法（FIML）混合模型評估，起始值設定為320、20，以八核心運算。

（二）無條件模型分析

首先，無條件模型不納入輔助變數，但區分成不帶RI的LTA（ M_{RI-} ）與帶有RI的RI-LTA（ M_{RI+} ），藉以比較是否納入RI的差異，並可得到 BCH_{RI-} 與 BCH_{RI+} 兩組各帶有 $2 \times 2 \times 2 = 8$ 種組合的BCH權數變數。三個時點下的潛在類別變數C1至C3在五個測量題目的條件平均數限定相同，但條件變異數分別估計。RI-LTA的隨機截距，由5題測量題目在各時點共15個測量變數所建立的單一因子的CFA模型估計而得，各題的因素負荷（ $\lambda_1 \sim \lambda_5$ ）也具有縱貫測量恆等設限（各時點設定為等值）， M_{RI-} 與 M_{RI+} 兩種無條件模型的估計結果列於表8。 M_{RI+} 的 BCH_{RI+} 分析第一階段Mplus語法與詳細說明列於附錄二。

不論是 M_{RI-} 或 M_{RI+} ，異質估計所分離出來的兩個潛在類別，一個為低涉入的父職參與（C#1）： M_{RI-} 的各題平均數介於1.849至2.841， M_{RI+} 的各題平均數介於2.210至3.136；另一個潛在類別為高涉入的父職參與（C#2）： M_{RI-} 的各題平均數介於3.214至3.686， M_{RI+} 的各題平均數介於3.283至3.447。至於 M_{RI+} 模型中的隨機截距因素負荷量介於0.624至0.666，特質測量的內部一致性係數（ ρ_c ）達.781，表示父職參與特質的測量模型穩定。

在轉移機率部分，帶有RI的 M_{RI+} 模型有較高的轉移變化：在第一個時點（3月齡）低涉入組比例較高（65.5%），到了6月齡時僅有53.5%維持不變（ $Trans11=.535$ ），移出者為46.5%；相對之下，高涉入組的保留比例較高（ $Trans22=.746$ ）而移出比例少（ $Trans21=.254$ ）多較少，從6月齡到12月齡的轉變更明顯。相對之下，不帶RI估計的 M_{RI-} 模型在兩個異質群體的保留機率都很高：C1→C2的保留機率分別為 $Trans11=.819$ 與 $Trans22=.824$ ，C2→C3的保留機率仍有 $Trans11=.666$ 與 $Trans22=.874$ ，不同時點下的異質分群變化程度較小，主要是因為個體之間所具有的穩定個別差異沒有被分離出來，因此兩模型估計得出的後續兩期潛在類別機率雖然相當，但轉移變動情形明顯有別，RI-LTA對於個體內異質性轉移變化的敏感度相對較高。

表 8 父職參與的無條件模型分析結果 (N=2896)

變數	M _{RI-} (LTA)		M _{RI+} (RI-LTA)		
	C#1 低涉入組	C#2 高涉入組	RI	C#1 低涉入組	C#2 高涉入組
測量模型					
測量參數					
y ₁ 需求照顧	2.436	3.560	0.651	2.808	3.421
y ₂ 常規教導	1.849	3.214	0.658	2.210	3.283
y ₃ 學習協助	1.956	3.333	0.666	2.353	3.390
y ₄ 關愛回應	2.841	3.686	0.624	3.136	3.447
y ₅ 陪伴玩耍	2.697	3.658	0.628	3.030	3.442
轉移機率					
C1→C2	C1#1	.819		C2#1	
	C1#2	.176	.181	C1#2	.535
C2→C3	C2#1	.666		C3#1	
	C2#2	.126	.334	C2#2	.410
潛在類別					
C1 各群人數	1188	1708		1896	1000
(比例)	(41.0%)	(59.0%)		(65.5%)	(34.5%)
C2 各群人數	1262	1634		1268	1628
(比例)	(43.6%)	(56.4%)		(43.8%)	(56.2%)
C3 各群人數	1036	1860		1044	1852
(比例)	(35.8%)	(64.2%)		(36.1%)	(63.9%)

註：Q1 為「照顧這孩子的衣食等生活基本需求」、Q2 為「教這孩子生活常規」、Q3 為「幫助這孩子的學習活動」、Q4 為「關愛與回應這孩子」、Q5 為「陪這孩子玩」。測量參數的數值，在 M_{RI-}模型中為各題平均數估計值，在 M_{RI+}模型中的 RI 欄位為因素負荷量，在 C#1 與 C#2 欄位為各題經 RI 解釋後在各潛在類別的截距估計值。所有的測量參數均為跨時點恆等設限的估計結果。

(三) 輔助變數效果估計與偏誤校正

關於輔助變數的影響，首先討論個別差異的隨機截距部分：由於隨機截距反映每一位父親不受時間影響的「父職參與特質」高低，可以納入幼兒性別、健康情形、與父母工時來解釋「父職參與特質」的個別差異。以四種不同aux-RI-LTA模型估計結果列於表9。以M_{RI+}+BCH_{RI+}分析第三階段輔助變數模型 (M_{aux4}) 的Mplus語法與詳細說明列於附錄三。

若以正確的BCH_{RI+}加權估計 (M_{aux4}) 來分析，迴歸係數分別為幼兒性別 ($\gamma_{RI1} = -.003, p = .939$)、健康情形 ($\gamma_{RI2} = 0.197, p < .001$)、父親工時 ($\gamma_{RI3} = -0.183, p < .001$)、母親工時 ($\gamma_{RI4} = 0.064, p < .001$)，亦即父親工時越短、母親工時越長、越健康的幼兒，「父職參與特質」則越高。至於M_{aux3}的BCH_{RI-}估計結果幾乎完全一致，M_{aux2}的估計結果則稍低，但三者差異不大。同樣的，「父職參與特質」高低對於遠端變數 (18月齡的父職參與狀態) 的解釋，不論是否有加權或以何種方式加權，對於18月齡的父職參與測量皆有相當一致的顯著預測力，亦即越高的「父職參與特質」，在18月齡時的父職參與投入越高，M_{aux4}的迴歸係數 ω_{RI1} 至 ω_{RI5} 介於.442至.565，均達.001顯著水準。

表 9 父職參與與輔助變數的分析結果 (N=2896)

	M_{aux1}		M_{aux2}		M_{aux3}		M_{aux4}		
	[M_{RI-}, BCH_{No}]		[M_{RI+}, BCH_{No}]		[M_{RI+}, BCH_{RI-}]		[M_{RI+}, BCH_{RI+}]		
	<i>Est.</i>	<i>p</i>	<i>Est.</i>	<i>p</i>	<i>Est.</i>	<i>p</i>	<i>Est.</i>	<i>p</i>	
個體間									
X→RI									
幼兒性別 $x_1 \rightarrow RI$	γ_{RI1}	-	-	-0.004	.917	-0.003	.929	-0.003	.939
健康狀態 $x_2 \rightarrow RI$	γ_{RI2}	-	-	0.179*	.004	0.198**	<.001	0.197**	<.001
父親工時 $x_3 \rightarrow RI$	γ_{RI3}	-	-	-0.180**	<.001	-0.183**	<.001	-0.183**	<.001
母親工時 $x_4 \rightarrow RI$	γ_{RI4}	-	-	0.056**	<.001	0.063**	<.001	0.064**	<.001
RI→Z (18 月齡)									
需求照顧 z_1	ω_{RI1}	-	-	0.561**	<.001	0.487**	<.001	0.565**	<.001
常規教導 z_2	ω_{RI2}	-	-	0.534**	<.001	0.539**	<.001	0.559**	<.001
學習協助 z_3	ω_{RI3}	-	-	0.539**	<.001	0.549**	<.001	0.561**	<.001
關愛回應 z_4	ω_{RI4}	-	-	0.424**	<.001	0.422**	<.001	0.442**	<.001
陪伴玩耍 z_5	ω_{RI5}	-	-	0.470**	<.001	0.460**	<.001	0.480**	<.001
個體內									
X→C									
幼兒性別 $x_1 \rightarrow C1$	γ_{11}	-0.040	.617	0.004	.966	0.066	.415	0.017	.830
$x_1 \rightarrow C2$	γ_{12}	0.217*	.038	0.107	.248	0.020	.879	0.054	.550
$x_1 \rightarrow C3$	γ_{13}	-0.122	.242	0.146	.108	-0.051	.683	0.165	.059
健康狀態 $x_2 \rightarrow C1$	γ_{21}	-0.353**	.007	-0.098	.487	-0.428**	<.001	-0.101	.459
$x_2 \rightarrow C2$	γ_{22}	-0.249	.065	0.070	.548	-0.313	.090	-0.058	.614
$x_2 \rightarrow C3$	γ_{23}	-0.053	.611	-0.139	.144	-0.139	.256	0.016	.857
父親工時 $x_3 \rightarrow C1$	γ_{31}	0.198**	<.001	0.005	.912	0.192**	<.001	0.119**	<.001
$x_3 \rightarrow C2$	γ_{32}	0.196**	<.001	-0.215**	<.001	0.248**	<.001	-0.031	.479
$x_3 \rightarrow C3$	γ_{33}	0.323**	<.001	0.073	.087	0.281**	<.001	0.097*	.018
母親工時 $x_4 \rightarrow C1$	γ_{41}	-0.061*	.020	0.055	.062	-0.064*	.011	-0.024	.332
$x_4 \rightarrow C2$	γ_{42}	-0.078*	.015	0.175**	<.001	-0.197**	<.001	0.012	.681
$x_4 \rightarrow C3$	γ_{43}	-0.083*	.011	0.049	.092	-0.025	.526	0.011	.700
C→Zdiff									
$C3 \rightarrow z_1$ 需求照顧	ω_{13}	1.306**	<.001	0.062	.148	0.243**	<.001	0.133**	<.001
$C3 \rightarrow z_2$ 常規教導	ω_{23}	1.283**	<.001	0.117**	.006	0.080	.209	0.103**	.006
$C3 \rightarrow z_3$ 學習協助	ω_{33}	1.289**	<.001	0.119**	.005	0.066	.300	0.122**	<.001
$C3 \rightarrow z_4$ 關愛回應	ω_{43}	0.944**	<.001	0.012	.723	0.027	.619	0.089**	.005
$C3 \rightarrow z_5$ 陪伴玩耍	ω_{53}	1.074**	<.001	0.045	.235	0.070	.227	0.062	.063
LTA									
$C1 \rightarrow C2$	β_{21}	2.714**	<.001	-1.597**	<.001	3.732**	<.001	1.532**	<.001
$C2 \rightarrow C3$	β_{32}	2.732**	<.001	-1.472**	<.001	3.363**	<.001	0.359**	<.001
分群狀態									
C1 各群人數		1278	1618	570	2326	1188	1708	1896	1000
比例		44.1%	55.9%	19.7%	80.3%	41.0%	59.0%	65.5%	34.5%
C2 各群人數		1244	1652	1431	1465	1262	1634	1268	1628
比例		43.0%	57.0%	49.4%	50.6%	43.6%	56.4%	43.8%	56.2%
C3 各群人數		1182	1714	1248	1648	1036	1860	1044	1852
比例		40.8%	59.2%	43.1%	56.9%	35.8%	64.2%	36.1%	63.9%

註：個體內的幼兒健康狀態與父母親工時為隨時間變動的共變項。Zdiff 為父職參與的五題 18 月齡測量分數，在第三個潛在變數 C3 的兩個群組的平均數差異，以 Mplus 的模式設限指令 (Model Constraint) 新增參數計算各題在兩組平均數差異的顯著性檢定。

由四種aux-RI-LTA模型估計結果的比較可知， M_{aux4} 的RI-LTA分群結果與轉移情形與表8的 M_{RI+} 分群結果完全相同， M_{aux3} 則與表8的 M_{RI-} 分群結果完全相同，顯示BCH權數不論是以正確方式設定（ BCH_{RI+} ）或遺漏RI訊息（ BCH_{RI-} ），納入輔助變數的BCH加權估計結果，異質分群的狀況維持穩定，異質群體結構與無條件模型一致。相對之下，如果沒有經過BCH加權，不論是LTA（ M_{aux1} ）或RI-LTA（ M_{aux2} ），納入輔助變數後的異質分群與無條件模型都有相當差別，顯示參數估計的異質性分析基礎發生很大的變化，亦即存在著分類偏移的現象。

在隨時間變動的個體內輔助變數效果分析部分，不同模型的結果差異頗為明顯。各共變項對異質分群的影響，若以 M_{aux4} 的 BCH_{RI+} 加權估計，僅有父親工時可以解釋異質分群比例：3月齡的父親工時越高，3月齡為低涉入群的比例越高（ $\gamma_{31}=0.119, p<.001$ ）；以及12月齡的父親工時越高，12月齡時為低涉入群的比例越高（ $\gamma_{33}=0.169, p<.001$ ）。但如果是以 M_{aux3} 的 BCH_{RI-} 加權估計，每個月齡下的父親工時、母親工時與幼兒健康情形的影響力皆達顯著水準；沒有BCH加權也無RI項的 M_{aux1} 更有高達八個共變項對不同時點下的異質分群比例具有解釋力，顯示 M_{aux1} 與 M_{aux3} 所忽略的個別差異訊息造成個體內變異效果的高估。未經BCH加權（ M_{aux2} ）來估計個體內的共變項效果，不僅只有少數具有統計意義，變數的影響方向也與預期相反，顯示分析結果不宜採信。

同樣的，四種模型的個體內遠端變數效果估計結果也明顯有別，未經加權且不帶RI項的 M_{aux1} 模型估計的C→Zdiff的效果最強，12月齡下的不同異質群體在1月齡的五個遠端變數上都有顯著差異。至於 M_{aux3} 模型的估計效果最差，僅有「需求照顧」在兩個異質群組間有顯著差異（ $\omega_{13}=0.243, p<.001$ ）。 M_{aux4} 模型則在「需求照顧」（ $\omega_{13}=0.133, p<.001$ ）、「常規教導」（ $\omega_{23}=1.103, p<.01$ ）、「學習協助」（ $\omega_{33}=0.122, p<.001$ ）、「關愛回應」（ $\omega_{43}=0.089, p<.01$ ）都有顯著差異，僅有「陪伴玩耍」未達.05顯著水準（ $\omega_{53}=0.062, p=.063$ ）。

如果 M_{aux4} 模型中移除個體間的RI→Z關係的估計，僅檢驗個體內的C→Zdiff的影響，五個遠端變數的組間差異放大將近一倍：「需求照顧」（ $\omega_{13}=0.390, p<.001$ ）、「常規教導」（ $\omega_{23}=0.357, p<.001$ ）、「學習協助」（ $\omega_{33}=0.377, p<.001$ ）、「關愛回應」（ $\omega_{43}=0.281, p<.001$ ）、「陪伴玩耍」（ $\omega_{53}=0.281, p<.001$ ）。主要是因為RI項吸收了絕大部分個體間變異，個體內各種變數關係的討論都是在「當個體有相同的父職參與特質水準下」的淨效果，亦即特質個別差異被「排除」（partial）後再觀察個體親職參與異質狀態隨時間的變動情形。 M_{aux4} 模型在控制住個體間效果後，還能偵測出個體內的遠端效果，又能兼顧分類狀況的穩定不偏，可見得 BCH_{RI+} 加權在aux-RI-LTA有其重要性。

七、綜合討論

(一) 縱貫異質性中的變與不變

縱貫資料分析雖然重視觀察數據隨時間所發生的變動，但個體不隨時間變動的穩定特質個別差異也存在於觀察數據當中，如果沒有將個體變異（隨機截距）與個體內變異（潛在類別狀態）兩者加以分離，將對LTA參數估計造成明顯的影響，並限制了輔助變數的討論。本研究的模擬研究結果與父職參與資料實徵分析都證實了RI項在LTA模型當中的關鍵角色，呼應相關學者的觀點（Hamaker et al., 2015; Mulder & Hamaker, 2021; Muthén & Asparouhov, 2022; Tseng, 2023），具體說明在LTA的「變異」當中關注RI的「不變」特質，不僅有模式設定與參數估計的重要性，也凸顯其在潛在異質性研究的價值。

值得注意的是，「隨機截距」的本質是一種統計模型的設定，但其實務意義的解釋是RI-LTA的關鍵。由其名稱可知Random Intercept是帶有「隨機效果」的「截距項」，亦即以隨機截距因子對觀察變數作迴歸的截距項。在涉及縱貫調查T期重複測量數據的潛在變數模型中，帶有隨機效果的截距項指涉的是各觀察變數在T期的平均水準或機率狀態，如果是調查研究，就是各問項的T期平均數或機率估計值，如果是心理教育測驗，則是測驗量表各題目的平均分數或答對比率，因為是T期的平均，因此可以視為受測者個人跨時間的穩定不變的狀態高低水準，例如本研究實徵分析當中的五題父職參與題目觀察資料跨越3、6、12月齡的平均水準高低，透過因素分析測量模型得到平均值為0、變異數為1的「父職參與特質」，即為隨機截距的實務意義。

由於RI-LTA可以將縱貫資料當中的個體內變異與個體間變異兩者有效分離，除了可以分別估計「隨機截距」與「變動狀態」之外，可以進一步納入其他解釋變數或遠端變數，來探討異質性變動與不變性的「前因」與「後果」。就如同KIT實徵資料分析中，以帶有輔助變數的aux-RI-LTA所探討之幼兒性別、健康狀態與父母親工時對於「父職參與特質」高低的解釋能力，以及對於「父職參與狀態」在3、6、12月齡的影響，同時也檢驗了「父職參與特質」與「父職參與狀態」兩者對於18月齡時的父職參與測量的預測能力，展現了RI-LTA的優越性以及能夠擴展至輔助變數效果估計的應用價值。

由本研究的模擬研究可以發現，測量變數之間的相關越強，LTA本身的測量與結構參數以及輔助變數的效果受到RI有無的影響也就更趨明顯，補足了RI-LTA模擬研究的一項缺口。雖然本研究所模擬的強度條件僅有五種強度狀態，但已經充分觀察到LTA納入RI項對於分離資料間所存在的跨時穩定個別差異的重要性：當特質強度達到中度以上時，異質族群的穩定分類就必須仰賴RI項來維繫，如果以達於.70為合理信度的經驗法則來看，具有合理再測信度的測量在LTA都必須納入RI項的估計來分離穩定特質的個別差異。如果從轉移機率參數的估計來觀察，傳統的LTA設定僅能在微弱的RI強度（題目相關或組合信度<.238）下有效估計轉移機率參數，RI-LTA則在各種RI強度條件下都有優異的表現，這些證據都充分支持Muthén與Asparouhov（2022）的觀點，必須以RI-LTA來取代傳統的LTA（need for replacing regular LTA with random

intercept LTA) (p.14)。本研究呼應前述觀點，主張隨機截距的納入與檢測，應為執行 LTA 的常態，尤其是 LTA 當中輔助變數的影響機制可以透過 RI 項獲得更清楚的分離估計與實徵意義的完整討論，但在此同時，研究者必需更清楚說明 RI 所代表的實務意義，以及 RI 與輔助變數在個體間與個體內影響關係的差異。

(二) 隨機截距估計的代價與限制

事實上，前述所主張的 RI-LTA 模式優越性有其代價，除了分析估計所使用的軟硬體必須具備一定的運算能力，分析程序也有前提與限制。首先，為了估計有限混合模式當中既隨時間變動又有異質分群的 RI 與 LTA 參數，因為涉及類別變數的不同維度估計，必須使用數值積分程序，僅有少數軟體具有此一演算功能同時提供簡捷指令設定，同時為了避免局部收斂問題，軟體也必須能夠彈性調整隨機起始值數量來得到合理的收斂參數估計值，目前僅有 Mplus 能夠達成滿足此一需求。但即使如此，如果模型簡單且異質群體數量不多（例如本研究所示範的三個時點 $T=3$ 與兩個分群 $K=2$ 的 $23=8$ 細格異質分群結構），Mplus 的估計時間僅需數分鐘到十幾分鐘即可完成，但如果模式複雜度提高（例如 $T=4$ 且 $K=3$ 的 $34=81$ 細格異質分群結構），帶入 2896 筆父職參與實徵資料為例，以八核心高效能電腦運算所耗費的估計時間長達幾個小時以上（本研究僅作測試而未報告細節於本文），可見得 RI-LTA 對於運算效能的高度依賴。

其次，更嚴格的限制存在於異質分群的分類誤差處理。這是因為潛在異質性是透過測量模型的測量變數估計得到，異質群體在估計過程會有一定程度的不確定性，如果測量模型的結構產生變化（例如納入 RI 項或輔助變數）或隨時間變動（亦即多時點重複測量設計），異質群體分類的偏移變動難以避免，此時若沒有經過分類偏誤校正，將會大幅影響參數估計與檢定推論。

本研究的模擬分析不僅確認了 BCH 加權對於異質分類具有穩定作用，更指出用來建立 BCH 權數的 RI-LTA 無條件模型，必須要有正確的模式設定，否則 BCH 加權的分類結果雖然不會發生分類偏移現象但也無法反映 aux-RI-LTA 的觀察資料狀態。正確的模式設定包括三個部分（參考圖 2 之圖示）：（1）個體間的特質測量模型（設定具有測量恆等設限的因素負荷量參數）；（2）個體內的狀態測量模型（設定具有測量恆等設限的條件平均數參數）；（3）自我迴歸結構模型（多元羅吉斯迴歸的截距與斜率參數）。

以帶有五題 ($J=5$) 重複測量三次 ($T=3$) 的測量變數 ($y_{11}-y_{35}$) 來估計潛在類別數目 $K=2$ 的無條件 RI-LTA 為例，Mplus 的 BCH 加權語法如下（僅列出模式設定部分，「!」後方文字為 Mplus 語法註解，完整之語法解釋請見附錄），而這些設定也套用在父職參與實徵資料估計 BCH 權重的無條件模型：

MODEL:

%OVERALL%	!整體模型設定
[C1#1-C3#1];	!結構模型的羅吉斯迴歸截距
C2 on C1; C3 on C2;	!結構模型的羅吉斯迴歸斜率
RI by y11-y15* (lam1-lam5)	!隨機截距在T1因素負荷與參數恆等設限標記

```
y21-y25* (lam1-lam5)      !隨機截距在T2因素負荷與參數恆等設限標記
y31-y35* (lam1-lam5);    !隨機截距在T3因素負荷與參數恆等設限標記
[RI@0]; RI@1;            !隨機截距的平均數為0與變異數為1
MODEL C1:                 !狀態測量模型在T1的模型設定
  %C1#1%                  !第一個潛在類別變數第一組的模型設定
  [y11-y15*] (nu1-nu5);  !測量變數截距(條件平均數)與參數恆等設限標記
  y11-y15*;              !測量變數殘差(條件變異數)自由估計
  %C1#2%                  !第一個潛在類別變數第二組的模型設定
  [y11-y15*] (nu6-nu10); !測量變數截距(條件平均數)與參數恆等設限標記
  y11-y15*;              !測量變數殘差(條件變異數)自由估計
  ...(其他時點的狀態測量模型省略)
SAVEDATA: FILE IS bch*.dat; SAVE =BCH; !BCH權數的儲存檔名與儲存內容
```

(三) 測量恆等與定態設定

由語法當中多處存在的參數恆等設限，可以看出 RI-LTA 的模式設定涉及縱貫測量恆等性與定態設定。由於 RI-LTA 同時帶有特質因素與狀態因素兩種測量模型，兩者的測量變數都是同一組題目的重複測量，因此必須進行雙重的測量恆等設限，才能確保構念的穩定一致與可解釋性。在特質測量模型部分，需將估計 RI 的同一組題目在不同時點下的因素負荷量設定為等值（語法中的 lam1 至 lam5 參數代號）。值得注意的是，第一個因素負荷量為 1.00 的預設指定必須釋放，因此在各測量參數後方增加*有其必要。在狀態測量模型部分，則是令各時點之潛在類別變數 C1、C2、C3 的各潛在類別測量題項有相同的條件平均數，例如語法中的參數代號 nu1 至 nu5（第一個潛在類別的截距相等）與 nu6 至 nu10（第二個潛在類別的截距相等），藉以設定相同的平均數剖面。至於變異數參數則不需要進行恆等設限，因為模型中所帶有 RI 項已經將測量變數的特質抽離估計，基於局部獨立與共變同質法則（Houpt et al., 2023; Tein et al., 2013; Tseng, 2023），個體內各時點下的測量變數的變異數為測量殘差，並不需要設定測量恆等。

至於結構參數在不同時點是否需要假定同質，由於 LTA 主要關心的是潛在類別在前後兩個時點的機率變動，亦即時序資料當中帶有馬可夫性質（Markov property），如果轉移機率在各時點間假設相同，表示機率帶有定態特徵，LTA 模型僅估計一組跨時間相等的結構參數（羅吉斯迴歸的截距與斜率）。相對之下，如果轉移機率在各期之間的強度不同，則是指機率並未帶有定態特徵，模型中必須估計 T-1 組結構參數。雖然定態模型以較少的參數來估計轉移情形具有簡效性，但必須經由模型競爭比較或概似比差異檢定來評估定態特徵是否存在（Muthén & Asparouhov, 2022），程序較為繁複，同時定態假設也未必符合研究需求。例如本研究的實徵資料分析檢驗不同月齡之間父職參與的轉移情形，幼兒在各月齡間的發育速率與成長背景條件不同，將父職參與的分類轉換假定為固定不變未必符合實際情形，同時也限制了輔助變數討論空間。因此本研究的實徵資料分析未做定態設限，直接估計不同時點間的轉移機率。

(四) 結論與建議

在縱貫研究框架下探討潛在異質性必須面對觀察資料當中存在的「變動」與「不變」特徵，本研究支持以 RI-LTA 取代傳統 LTA 的優越性質與應用彈性，只要測量題項的跨時點具有中度相關或信度達到合理水準，隨機截距項即能充分發揮其效益，除了因為隨機截距項的估計可以有效分離縱貫資料當中個體間變異與個體內變異，提高參數估計效能，釐清潛在異質性的內涵與隨時間所發生的變化，更重要的是可以導入輔助變數來分別對於個體間與個體內等不同層次的異質內涵與變數效果進行前因後果的討論。即使 RI 效果不強，採取 RI-LTA 來探討潛在異質性也不失其一般化價值，因為傳統 LTA 可以視為是 RI-LTA 的特例，演算方法的進步與軟體功能的提升解決了 RI-LTA 的運算效能限制，而在模式設定正確的基礎上所建立的 BCH 權數，可以確保異質分類的 unbiased 與有效，提供輔助變數效果更穩健的推論效力。除了模擬資料的證據，本研究以 KIT 資料庫的父職參與數據所進行的分析，提供具體的參酌案例。

基於統計模式的一般化原則，本研究以連續型態為主的變數效果分析與模擬推導，可以進一步擴展到其他變數型態（例如類別隨機截距與類別、計數或次序測量變數），但更完備的模擬研究仍有其必要，例如對於本研究所模擬的條件加以擴展藉以觀察到更細膩的結果，例如增加 RI 強度等級（尤其是 RI 低強度的估計效能）、進行不同輔助變數效果強度的模擬、放大（縮小）樣本數量、改變異質群體數量與各異質群體的分離強度、增加重複測量的時點等，藉以釐清 aux-RI-LTA 的優劣限制與應用價值。

參考文獻

- 王政傑 (2023)。父職參與對嬰幼兒情緒覺察能力發展之影響：一項平行歷程潛在成長模式的分析〔未出版之碩士論文〕，國立臺灣師範大學幼兒與家庭科學學系。
<https://doi.org/10.6345/NTNU202301776>
- [Wang, C.-C. (2023). *The impact of father involvement on infants and toddlers' emotional awareness development: A parallel process latent growth model analysis*. Unpublished master thesis, Department of Human Development & Family Studies, National Taiwan Normal University.]
- 吳亞蓓、聶西平 (2021)。新生兒父母申請育嬰假與其背景因素及親職參與關聯性之研究：育兒的性別差異。《人類發展與家庭學報》，22，1-22。
[https://doi.org/10.6246/JHDFS.202112_\(22\).0001](https://doi.org/10.6246/JHDFS.202112_(22).0001)
- [Wu, Y.-P., & Nieh, H.-P. (2021). Study of the association between parental leave use, family backgrounds and parental involvement of parents of newborns: Gender differences in child-rearing. *Journal of Human Development and Family Studies*, 22, 1-22.]
- 李宇雯、張鑑如 (2022)。雙親家庭親職參與及家庭社會經濟背景與幼兒語言發展關聯之研究。《當代教育研究季刊》，30(2)，167-205。
[https://doi.org/10.6151/CERQ.202206_30\(2\).0005](https://doi.org/10.6151/CERQ.202206_30(2).0005)
- [Lee, Y.-W., & Chang, C.-J. (2022). A Study on the impact of parental involvement and socioeconomic status on children's language development in two-parent families. *Contemporary Educational Research Quarterly*, 30(2), 167-205.]

- 邱皓政 (2024)。結構方程模式原理與應用：使用 Mplus, LISREL(SIMPLIS), R 與 AMOS (第三版)。雙葉書廊。
- [Chiou, H. (2024). *Principles and applications of structural equation modeling: Using Mplus, LISREL(SIMPLIS), R, and AMOS* (3rd Ed.). Yeh Yeh Book Gallery.]
- 曾明基 (2019)。縱貫性網路使用行為對學業成就的影響：潛藏轉移模型分析取向。教育科學研究期刊, 64(4), 31-59。
[https://doi.org/10.6209/JORIES.201912_64\(4\).0002](https://doi.org/10.6209/JORIES.201912_64(4).0002)
- [Tseng, M.-C. (2019). The effect of the internet use behavior on academic achievement: Latent transition model analysis. *Journal of Research in Education Sciences*, 64(4), 31-59.]
- 張鑑如 (2023)。幼兒發展調查資料庫建置計畫：3 月齡組第六波 36 月齡 (D00229) 【原始數據】取自中央研究院人文社會科學研究中心調查研究專題中心學術調查研究資料庫。 <https://doi.org/10.6141/TW-SRDA-D00229-1>
- [Chang, C.-J. (2024). *Kids in Taiwan: National Longitudinal Study of Child Development and Care (KIT): KIT-M3 at 36 months old (D00229)* [data file]. Available from Survey Research Data Archive, Academia Sinica.]
- Asparouhov, T., & Muthén, B. (2014). Auxiliary variables in mixture modeling: Three-step approaches using Mplus. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 21(3), 329-341. <https://doi.org/10.1080/10705511.2014.915181>
- Asparouhov, T., & Muthén, B. (2021). *Auxiliary variables in mixture modeling: Using the BCH method in Mplus to estimate a distal outcome model and an arbitrary secondary model*. Mplus Web Notes: No. 21
<https://www.statmodel.com/examples/webnotes/webnote21.pdf>
- Bandeen-Roche, K., Miglioretti, D. L., Zeger, S. L., & Rathouz, P. J. (1997). Latent variable regression for multiple discrete outcomes. *Journal of the American Statistical Association*, 92(440), 1375-86. <https://doi.org/10.2307/2965407>
- Bakk, Z., & Vermunt, J. K. (2016). Robustness of stepwise latent class modeling with continuous distal outcomes. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 23(1), 20-31. <https://doi.org/10.1080/10705511.2014.955104>
- Bakk, Z., Tekle, F. B., & Vermunt, J. K. (2013). Estimating the association between latent class membership and external variables using bias adjusted three-step approaches. In T.F. Liao (Ed.), *Sociological methodology*. SAGE publications.
- Bakk, Z., Oberski, D. L., & Vermunt, J. K. (2014). Relating latent class assignments to external variables: Standard errors for correct inference. *Political Analysis*, 22(4), 520-540. <http://www.jstor.org/stable/24573086>
- Bolck, A., Croon, M., & Hagenaars, J. (2004). Estimating latent structure models with categorical variables: One-step versus three-step estimators. *Political Analysis*, 12(1), 3-27. <http://www.jstor.org/stable/25791751>
- Burt, R. S. (1976). Interpretational confounding of unobserved variables in structural equation models. *Sociological Methods & Research*, 5(1), 3-52.
<https://doi.org/10.1177/004912417600500101>
- Bye, B. V., & Schechter, E. S. (1986). A latent Markov model approach to the estimation of response errors in multiwave panel data. *Journal of the American Statistical*

- Association*, 81(394), 375–380. <https://doi.org/10.2307/2289226>
- Clogg, C. C. (1981). New developments in latent structure analysis. In D. J. Jackson & E. F. Borgotta (Eds.), *Factor analysis and measurement in sociological research*. Sage publications.
- Clogg, C. C., & Goodman, L. A. (1985). Simultaneous latent structure analysis in several groups. In N. B. Tuma (Ed.), *Sociological methodology* (pp. 81–110). Jossey-Bass.
- Cole, D. A., Martin, N. C., & Steiger, J. H. (2005). Empirical and conceptual problems with longitudinal trait-state models: introducing a trait-state-occasion model. *Psychological methods*, 10(1), 3–20. <https://doi.org/10.1037/1082-989X.10.1.3>
- Collins, L. M., & Wugalter, S. E. (1992). Latent class models for stage sequential dynamic latent variables. *Multivariate Behavioral Research*, 27(1), 131–157. https://doi.org/10.1207/s15327906mbr2701_8
- Dayton, C. M., & Macready, G. B. (1988). Concomitant-variable latent class models. *Journal of the American Statistical Association*, 83(401), 173–178. <https://doi.org/10.2307/2288938>
- Eid, M., Holtmann, J., Santangelo, P., & Ebner-Priemer, U. (2017). On the definition of latent-state-trait models with autoregressive effects. *European Journal of Psychological Assessment*, 33(4), 285–295. <https://doi.org/10.1027/1015-5759/a000435>
- Ferguson, S. L., Moore, W. G., & Hull, D. M. (2020). Finding latent groups in observed data: A primer on latent profile analysis in Mplus for applied researchers. *International Journal of Behavioral Development*, 44(5), 458–468. <https://doi.org/10.1177/0165025419881721>
- Fornell, C., & Larcker, D. F. (1981). Evaluating structural equation models with unobserved variables and measurement error. *Journal of Marketing Research*, 18, 39–50. <https://doi.org/10.1177/002224378101800104>
- Goodman, L. A. (1974). Exploratory latent structure analysis using both identifiable and unidentifiable models. *Biometrika*, 61(2), 215–231. <https://doi.org/10.1093/biomet/61.2.215>
- Graham, J. W., Collins, L. M., Wugalter, S. E., Chung, N. K., & Hansen, W. B. (1991). Modelling transitions in latent stage-sequential processes: A substance use prevention example. *Journal of Consulting and Clinical Psychology*, 59(1), 48–57. <https://doi.org/10.1037/0022-006X.59.1.48>
- Hagenaars, J. A. (1993). *Loglinear models with latent variables*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Hair, J. F. Jr., Black, W. C., Babin, B. J., & Anderson, R. E. (2019). *Multivariate data analysis* (8th ed.). Cengage.
- Hamaker, E. L., Kuiper, R. M., & Grasman, R. P. P. P. (2015). A critique of the cross-lagged panel model. *Psychological Methods*, 20(1), 102–116. <https://doi.org/10.1037/a0038889>
- Heckman, J. J. (2001). Micro data, heterogeneity, and the evaluation of policy: Nobel Lecture. *Journal of Political Economy*, 109(4), 673–748. <https://doi.org/10.1086/322086>
- Houpt, R. P., Grimm, K. J., McLaughlin, A. T., & Van Tongeren, D. R. (2023). Evaluating the performance of the LI3P in latent profile analysis models. *Structural Equation*

- Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 31(2), 280-295.
<https://doi.org/10.1080/10705511.2023.2238902>
- Jedidi, K., Jagpal, H. S., & DeSarbo, W. S. (1997). Finite-mixture structural equation models for response-based segmentation and unobserved heterogeneity. *Marketing Science*, 16, 39-59. <https://doi.org/10.1287/mksc.16.1.39>
- Kenny, D. A., & Zautra, A. (1995). The trait-state-error model for Multiwave data. *Journal of Consulting and Clinical Psychology*, 63(1), 52-59. <https://doi.org/10.1037/0022-006X.63.1.52>
- Lazarsfeld, P. F. (1950). Research, argumentation and action in the media field. *Journalism Quarterly*, 27(3), 263-267. <https://doi.org/10.1177/107769905002700302>
- Lazarsfeld, P. F., & Henry, N. W. (1968), *Latent Structure Analysis*. Houghton Mifflin.
- Lubke, G. H., & Muthén, B. (2005). Investigating population heterogeneity with factor mixture models. *Psychological Methods*, 10, 21-39. <https://doi.org/10.1037/1082-989X.10.1.21>
- Mulder, J. D., & Hamaker, E. L. (2021). Three extensions of the random intercept cross-lagged panel model. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 28, 638–648. <https://doi.org/10.1080/10705511.2020.1784738>
- Muthén, B. O., & Asparouhov, T. (2022). Latent transition analysis with random intercepts (RI-LTA). *Psychological Methods*, 27, 1–16. <https://doi.org/10.1037/met0000370>
- Muthén, L., & Muthén, B. (1998–2017). *Mplus user's guide* (8th ed.). Muthén & Muthén. https://www.statmodel.com/download/usersguide/MplusUserGuideVer_8.pdf
- Nylund-Gibson, K., Garber, A. C., Carter, D. B., Chan, M., Arch, D. A. N., Simon, O., Whaling, K., Tartt, E., & Lawrie, S. I. (2023). Ten frequently asked questions about latent transition analysis. *Psychological Methods*, 28(2), 284–300. <https://doi.org/10.1037/met0000486>
- Raines-Eudy, R. (2000) Using structural equation modeling to test for differential reliability and validity: An empirical demonstration. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 7(1), 124-141. https://doi.org/10.1207/S15328007SEM0701_07
- Reboussin, B., Reboussin, D., Liang, K., & Anthony, J. (1998). Latent transition modeling of progression of health-risk behavior. *Multivariate Behavioral Research*, 33(4), 457–478. https://doi.org/10.1207/s15327906mbr3304_2
- Sterba, S. K. (2013). Understanding linkages among mixture models. *Multivariate Behavioral Research*, 48(6), 775–815. <https://doi.org/10.1080/00273171.2013.827564>
- Tein, J. Y., Coxe, S., & Cham, H. (2013). Statistical power to detect the correct number of classes in latent profile analysis. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 20(4), 640–657. <https://doi.org/10.1080/10705511.2013.824781>
- Tseng, M.-C. (2023). Latent profile transition analysis with random intercepts (RI-LPTA). *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 31(4), 626–634. <https://doi.org/10.1080/10705511.2023.2284671>
- Vaziri, H., Casper, W. J., Wayne, J. H., & Matthews, R. A. (2020). Changes to the work-family interface during the COVID-19 pandemic: Examining predictors and

邱皓政、王詩婷 (in press)。潛在異質性的變與不變：隨機截距潛在轉移模型(RILTA)的分類校正與輔助變數分析之蒙地卡羅模擬與實徵研究。調查研究-方法與應用。

implications using latent transition analysis. *The Journal of applied psychology*, 105(10), 1073–1087. <https://doi.org/10.1037/apl0000819>

Vermunt, J. K. (2010). Latent class modeling with covariates: Two improved three-step approaches. *Political Analysis*, 18(4), 450–469. <http://www.jstor.org/stable/25792024>

附錄一 模擬資料生成語法 (以 $\lambda=2$ 為例)

```

TITLE: Generate aux-RILTA data with RI factor loading=2.0
MONTECARLO:                                     !蒙地卡羅模擬設定
  NAMES = y11-y15 y21-y25 y31-y35 x z;         !讀取變數名稱
  GENCLASSES = c1(2) c2(2) c3(2);             !生成各期潛在類別變數(組數K)
  CLASSES = c1(2) c2(2) c3(2);               !指定各期潛在類別變數(組數K)
  NOBSERVATIONS = 1000; NREPS = 500;         !設定觀察值數目與重複模擬次數
  SAVE = dataf2.0_*.dat; REPSAVE = all;       !模擬資料儲存路徑檔名與變數
ANALYSIS:TYPE = MIXTURE;                       !設定分析方式為混合模式
  ALGORITHM=INTEGRATION;                       !指定數值積分演算法
MODEL POPULATION:                               !蒙地卡羅母體設定
  %OVERALL%                                     !整體模型母體設定
  [c1#1-c3#1*0];                               !LTA羅吉斯迴歸之截距項設定為0
  c2#1 on c1#1*0.5;                             !T2對T1自我迴歸斜率項設定為0.5
  c3#1 on c2#1*0.5;                             !T3對T2自我迴歸斜率項設定為0.5

  RI by y11-y15*2 (L1-L5)                       !隨機截距在T1因素負荷為2與縱貫恆等設限標記
        y21-y25*2 (L1-L5)                       !隨機截距在T2因素負荷為2與縱貫恆等設限標記
        y31-y35*2 (L1-L5);                     !隨機截距在T3因素負荷為2與縱貫恆等設限標記
  RI@1; [RI@0];                                 !隨機截距的平均數為0與變異數為1

  RI on x*1;                                     !隨機截距對X做迴歸斜率為1
  z on RI*1;                                     !Z對隨機截距做迴歸斜率為1
  x*1; z*1;                                     !X與Z的變異數為1
  c1#1 on x * 0.5(cov);                          !X對T1潛在類別做迴歸斜率為.5與定態恆等設限標記
  c2#1 on x * 0.5(cov);                          !X對T2潛在類別做迴歸斜率為.5與定態恆等設限標記
  c3#1 on x * 0.5(cov);                          !X對T3潛在類別做迴歸斜率為.5與定態恆等設限標記

MODEL POPULATION-c1:                             !T1時點下蒙地卡羅母體設定
  %c1#1%                                         !T1時點下第1個潛在類別母體設定
  [y11-y15*1](T1-T5);                           !潛在類別的測量變數截距為1與縱貫恆等設限標記
  y11-y15*1;                                     !潛在類別的測量變數殘差變異數為1
  [z*1](z1);                                     !遠端變數Z截距為1與參數標示
  %c1#2%                                         !T1時點下第2個潛在類別母體設定
  [y11-y15*0](T6-T10);                          !潛在類別的測量變數截距為0與縱貫恆等設限標記
  y11-y15*1;                                     !潛在類別的測量變數殘差變異數為1
  [z*0](z0);                                     !遠端變數Z截距為0與參數標示

MODEL POPULATION-c2:                             !T2時點下蒙地卡羅母體設定 (與T1相同)
  %c2#1%                                         !T2時點下第1個潛在類別母體設定
  [y21-y25*1](T1-T5);y21-y25*1;[z*1](z1);      !T2時點下第1個潛在類別母體設定
  %c2#2%                                         !T2時點下第2個潛在類別母體設定
  [y21-y25*0](T6-T10);y21-y25*1;[z*0](z0);    !T2時點下第2個潛在類別母體設定

MODEL POPULATION-c3:                             !T3時點下蒙地卡羅母體設定 (與T1相同)
  %c3#1%                                         !T3時點下第1個潛在類別母體設定
  [y31-y35*1](T1-T5);y31-y35*1;[z*1](z1);      !T3時點下第1個潛在類別母體設定
  %c3#2%                                         !T3時點下第2個潛在類別母體設定
  [y31-y35*0](T6-T10);y31-y35*1;[z*0](z0);    !T3時點下第2個潛在類別母體設定

MODEL:                                           !模擬資料的即時分析模式設定
  %OVERALL%                                     !整體模型設定
  [c1#1-c3#1*0] (par1-par3);                     !LTA羅吉斯迴歸之截距項與縱貫恆等設限標記
  c2#1 on c1#1*0.5 (par11);                       !T2對T1自我迴歸斜率項與參數標記
  c3#1 on c2#1*0.5 (par22);                       !T3對T2自我迴歸斜率項與參數標記

  RI by y11-y15*2 (L1-L5)                       !隨機截距在T1因素負荷與縱貫恆等設限標記
        y21-y25*2 (L1-L5)                       !隨機截距在T2因素負荷與縱貫恆等設限標記
        y31-y35*2 (L1-L5);                     !隨機截距在T3因素負荷與縱貫恆等設限標記
  RI@1; [RI@0];                                 !隨機截距的平均數為0與變異數為1

```

```

RI on x*1;                !隨機截距對X做迴歸的斜率
z on RI*1;                !Z對隨機截距做迴歸的斜率
x*1; z*1;                 !X與Z的變異數
c1#1 on x * 0.5(cov);     !X對T1潛在類別做迴歸斜率與定態恆等設限標記
c2#1 on x * 0.5(cov);     !X對T2潛在類別做迴歸斜率與定態恆等設限標記
c3#1 on x * 0.5(cov);     !X對T3潛在類別做迴歸斜率與定態恆等設限標記

MODEL c1:                  !T1時點下測量模型設定（與蒙地卡羅母體設定相同）
  %c1#1%
  [y11-y15*1](T1-T5) ;y11-y15*1;[z*1](z1);
  %c1#2%
  [y11-y15*0](T6-T10);y11-y15*1;[z*0](z0);

MODEL c2:
  %c2#1%
  [y21-y25*1](T1-T5) ;y21-y25*1;[z*1](z1);
  %c2#2%
  [y21-y25*0](T6-T10);y21-y25*1;[z*0](z0);

MODEL c3:
  %c3#1%
  [y31-y35*1](T1-T5) ;y31-y35*1;[z*1](z1);
  %c3#2%
  [y31-y35*0](T6-T10);y31-y35*1;[z*0](z0);

Model Constraint:          !參數設限設定
  New(trans11*.6225 trans21*.5 zdiff*1); !新增3個參數
  trans11=1/(1+exp(-(par2+par11)));     !定義新參數trans11
  trans21=1/(1+exp(-par2));             !定義新參數trans21
  zdiff=z1-z0;                           !定義新參數zdiff

```

附錄二 實徵資料分析語法 (Step1 無條件模型與 BCH 權數生成)

```
TITLE: KIT data analysis BCH Step1
DATA: FILE = KIT2896.CSV; !讀取資料檔名
VARI: NAMES=...; USEV=...; !讀取變數與使用變數名稱
      CLASSES = c1(2) c2(2) c3(2); !指定各期潛在類別變數(組數K)
      AUXILIARY= !輔助變數清單
          SEX M3health06 M6health06 M12health06
          M18health06 M3pfa12 M6pfa12 M12pfa12 M18pfa12
          M3pfa13 M6pfa13 M12pfa13 M18pfa13
          M3pfa1601 M6pfa1601 M12pfa1601 M18pfa1601
          M3pfa1602 M6pfa1602 M12pfa1602 M18pfa1602
          M18fi1-M18fi5;
ANALYSIS: Type = mixture; !設定分析方式為混合模式
          Algorithm = integration; !設定數值積分演算法
          Starts=320 80; !設定初始與最終隨機起始值數目

MODEL:
  %OVERALL% !整體模型設定
  [c2#1 c3#1]; !LTA羅吉斯迴歸之截距項
  c2 on c1 ; c3 on c2 ; !T2對T1與T3對T2進行自我迴歸之斜率項

  RI by M3fi1-M3fi5 * (p1-p5) !隨機截距在T1因素負荷與縱貫恆等設限標記
        M6fi1-M6fi5 * (p1-p5) !隨機截距在T2因素負荷與縱貫恆等設限標記
        M12fi1-M12fi5* (p1-p5); !隨機截距在T3因素負荷與縱貫恆等設限標記
  RI@1; [RI@0]; !隨機截距的平均數為0與變異數為1

  MODEL c1: !T1時點下潛在類別測量模型設定
    %c1#1% !T1時點下第1個潛在類別測量模型設定
    [M3fi1-M3fi5*](T1-T5); !潛在類別的測量變數截距與縱貫恆等設限標記
    M3fi1-M3fi5*; !潛在類別的測量變數殘差自由估計
    %c1#2% !T1時點下第2個潛在類別測量模型設定
    [M3fi1-M3fi5*](T11-T15); !潛在類別的測量變數截距與縱貫恆等設限標記
    M3fi1-M3fi5*; !潛在類別的測量變數殘差自由估計

  MODEL c2: !T2時點下潛在類別測量模型設定 (與T1相同)
    %c2#1%
    [M6fi1-M6fi5*](T1-T5) ; M6fi1-M6fi5* ; !f* (f1); [f*] (f2);
    %c2#2%
    [M6fi1-M6fi5*](T11-T15); M6fi1-M6fi5* ; !f* (f3); [f*] (f4);

  MODEL c3: !T3時點下潛在類別測量模型設定 (與T1相同)
    %c3#1%
    [M12fi1-M12fi5*](T1-T5) ; M12fi1-M12fi5* ; !f* (f1); [f*] (f2);
    %c3#2%
    [M12fi1-M12fi5*](T11-T15); M12fi1-M12fi5* ; !f* (f3); [f*] (f4);

OUTPUT: STDYX TECH15; !報告標準化係數與Tech15分群資訊技術報告
SAVEDATA: FILE IS bch.dat; SAVE =BCH; !BCH權數的儲存檔名與儲存內容
```

附錄三 實徵資料分析語法 (Step3 BCH+加權輔助變數分析)

```
TITLE: KIT data analysis BCH Step3 with BCH weighting
DATA: FILE = bch0528_c3k2b.dat;           !讀取原始資料檔名
VARI: NAMES=...W1-W8; USEV=...W1-W8;      !讀取與使用變數名稱(包含BCH權數)
      CLASSES = c1(2) c2(2) c3(2);        !指定各期潛在類別變數(組數K)
      TRAINING= W1-W8 (bch);              !設定BCH加權
ANALYSIS:TYPE = MIXTURE;                  !設定分析方式為混合模式
      STARTS=0;                            !設定隨機起始值數目為0
MODEL:
  %OVERALL%                               !整體模型設定
  [c2#1 c3#1];                             !LTA羅吉斯迴歸之截距項
  c1 on SEX M3health06-M3pfa13;           !T1對共變項進行迴歸
  c2 on c1 SEX M6health06-M6pfa13 ;       !T2對T1與共變項進行迴歸
  c3 on c2 SEX M12health06-M12pfa13;      !T3對T2與共變項進行迴歸

  RI by M3fi1-M3fi5 *(p1-p5)             !隨機截距在T1因素負荷與縱貫恆等設限標記
      M6fi1-M6fi5 *(p1-p5)             !隨機截距在T2因素負荷與縱貫恆等設限標記
      M12fi1-M12fi5*(p1-p5);           !隨機截距在T3因素負荷與縱貫恆等設限標記
  RI@1; [RI@0];                           !隨機截距的平均數為0與變異數為1

  RI on SEX M3health06-M3pfa13;          !隨機截距對共變項做迴歸
  M18fi1-M18fi5 on RI;                   !遠端變數對隨機截距做迴歸

MODEL c3:                                  !T3時點下潛在類別對遠端變數做迴歸
  %c3#1%
  [M18fi1-M18fi5*] (z21-z25);           !T3時點下第2個潛在類別下的遠端變數參數標示
  %c3#2%
  [M18fi1-M18fi5*] (z11-z15);           !T3時點下第2個潛在類別下的遠端變數參數標示

Model Constraint:                          !參數設限設定
  New(zdiff1-zdiff5);                     !新增5個參數
  zdiff1=z11-z21;                          !定義新參數zdiff1為第1個遠端變數的平均數差異
  zdiff2=z12-z22;                          !定義新參數zdiff2為第2個遠端變數的平均數差異
  zdiff3=z13-z23;                          !定義新參數zdiff3為第3個遠端變數的平均數差異
  zdiff4=z14-z24;                          !定義新參數zdiff4為第4個遠端變數的平均數差異
  zdiff5=z15-z25;                          !定義新參數zdiff5為第5個遠端變數的平均數差異

OUTPUT: STDYX Tech15;                     !報告標準化係數與Tech15分群資訊技術報告
```