

吳昭容 (2019)。

眼球追蹤技術在幾何教育的應用與限制。

臺灣數學教育期刊，6 (2)，1-25。

doi: 10.6278/tjme.201910_6(2).001

眼球追蹤技術在幾何教育的應用與限制

吳昭容

國立臺灣師範大學教育心理與輔導學系

國立臺灣師範大學學習科學跨國頂尖研究中心

幾何是高度依賴視覺的學科。了解人們在幾何任務中如何運用視覺資訊，將有助於幾何教育。本文首先簡介了眼球追蹤技術的原理與指標，其次說明 15 篇幾何眼動文獻的搜尋方式，接著將期刊論文分成四個主題加以回顧，包括幾何解題與論證、閱讀與學習、口語解碼與媒體設計，以及眼動楷模。每篇文獻回顧了研究法、認知作業與材料、實驗程序，以及研究發現。本文在最後的結論與建議一節，除了從受試者特性、認知作業、幾何材料、眼動義型態，與眼動指標的選擇來總結這些文獻，也指出眼球追蹤技術目前應用在幾何教育上的限制與突破的方式，同時也展望幾何眼動研究未來值得探究的主題。

關鍵詞：問題解決、眼動、眼動楷模、幾何閱讀

通訊作者：吳昭容，e-mail：cjwu@ntnu.edu.tw

收稿：2019 年 9 月 6 日；

接受刊登：2019 年 10 月 18 日。

Wu, C. J. (2019).

Applications and limitations of eye tracking in geometry education.

Taiwan Journal of Mathematics Education, 6(2), 1-25.

doi: 10.6278/tjme.201910_6(2).001

Applications and Limitations of Eye Tracking in Geometry Education

Chao-Jung Wu

Department of Educational Psychology and Counseling, National Taiwan Normal University

Institute for Research Excellence in Learning Science, National Taiwan Normal University

Geometry is a highly visual discipline. Understanding how people process visual information when performing geometric tasks would be beneficial for geometry education. This article first introduces the principles and indicators of eye-tracking techniques, and then describes the procedures of paper selection and screening. The third to sixth sections reviews four topics from fifteen papers on geometry education using eye tracking, including problem solving and argumentation, reading and learning, lexical decoding and media design, and EMME. The research design, cognitive tasks and materials, procedures, and results involved in each study are reviewed. The conclusions and implications are summarized under three aspects. First, we summarize these studies by the characteristics of participants, cognitive tasks, geometric materials, eye-tracking devices, and eye-tracking indicators. Second, we identify the limits of eye tracking in geometry education and possible future breakthroughs. Third, future eye tracking research topics are discussed.

Keywords: problem solving, eye movements, EMME, geometry reading

Corresponding author : Chao-Jung Wu · e-mail : cjwu@ntnu.edu.tw

Received : 6 September 2019;

Accepted : 18 October 2019.

壹、緒論

幾何是一門探討圖形與空間的學問，只透過聽覺擷取語文資訊，是沒辦法學習幾何的。了解眼睛看了幾何文本或物件的哪裡、停留了多久、先後順序如何，可以提供幾何學習歷程與數學教育一些重要的啟示。近幾年，眼球追蹤（eye tracking）在數學教育領域開始受到關注，出現了一些回顧性的論文，包括研討會論文（Schindler & Lilienthal, 2018; Wu, 2018）以及期刊論文（Lilienthal & Schindler, 2019），例如 Schindler 與 Lilienthal 在收錄了超過 500 本數學教育領域期刊的 MathEduc 資料庫搜尋眼球追蹤的研究，發現 1986 到 2011 每年都不超過兩篇，而 2014 到 2016 則至少每年 10 篇，顯示數學教育的眼球追蹤研究可能已經累積了可以回顧的文獻量。因此，本文旨在聚焦幾何的學習與教學，回顧眼球追蹤技術的應用，並展望未來與指出待突破的限制。

一、眼球追蹤的原理與應用

眼球追蹤的心理學基礎是建立在心眼假說（eye-mind hypothesis）上，最早由 Just 與 Carpenter（1976）提出眼睛注視的位置是心智正在處理的訊息位置之論點，這使得眼動指標的時間長短、空間位置，和順序有指涉某些心理意義的理論基礎。國內有多位學者發表了眼動相關的回顧性論文，在聚焦幾何眼動研究之前，讀者值得參考這些領域更廣的文獻回顧（陳學志、賴惠德、邱發忠，2010；Lai et al., 2013; Yen & Yang, 2016）。

眼球追蹤作為一項科技工具，可以運用在學術研究與實務應用兩大方向。在作為研究工具上，眼球追蹤可以探討認知功能，例如閱讀、學習、問題解決；也可以反映情意與動機，例如恐懼、焦慮，或者投入（engagement）。認知的研究上，閱讀歷程運用眼球追蹤進行探究的歷史較長久，Keith Rayner 是其中的重要學者，他的回顧性論文非常值得參考（Rayner, 1998, 2009）。學習歷程牽涉到注意力的分配與處理的深度，多媒體設計的良莠特別能從眼球追蹤得到評估（Alemdag & Cagiltay, 2018; van Gog & Scheiter, 2010）。傳統上仰賴放聲思考或者最終的解題表現來推論的問題解決歷程，眼球追蹤也能提供更為即時且細緻的訊息（Knoblich, Ohlsson, & Raney, 2001; van Gog, Paas, van Merriënboer, & Witte, 2005）。眼球追蹤被用來探討情緒，多半聚焦在恐懼或焦慮上，包括數學焦慮（Hunt, Clark-Carter, & Sheffield, 2015），或者當事人在溝通時是否投入（Nakano & Ishii, 2010）。

眼球追蹤技術不只是研究工具，同時也應用在各種實務領域。眼動訊息被用來診斷疾病（Pierce, Marinero, Hazin, McKenna, Barnes, & Malige, 2016），包括自閉症、思覺失調症、焦慮症、憂鬱症。其次，眼球動作如同另一種形式的滑鼠，可以控制人機介面（Kojima, et al., 2001;

Sharma & Abrol, 2013), 例如手機、電玩遊戲、偵測疲勞駕駛, 或者漸凍人或殘障人士的輔具。另外, 整合了偵測與輔助的應用已出現在教育領域, 例如偵測到讀者閱讀電子書在某個詞彙停留過長, 螢幕就跳出翻譯等輔助 (Biedert, Buscher, & Dengel, 2010)。

基於前述的架構, 本文搜尋所得的文獻會被分為研究與應用兩類, 其後研究性質的文獻再分為認知與情意兩類, 而應用性質的文獻則檢視是否屬於診斷、控制, 或者偵測與輔助等目的。

目前研究用的眼動儀多半採用桌上型, 由電腦螢幕呈現給受試者觀看的 2D 材料, 透過紅外線光源投射在受試者的眼球上, 分析眼球的瞳孔位置與光線在眼球上的反應點來推估眼睛注視的位置 (參見陳學志等人, 2010)。眼鏡式眼動儀較常使用在應用領域, 能觀看實際的 3D 環境或物件, 使用時較為便利, 但因其眼動影像投射回 3D 環境的處理速度與精準度還不理想, 做為研究工具有其限制。眼動儀的取樣率少則每秒收集 25 筆 (稱 25Hz)、多則 2000 筆 (2000Hz), 通常取樣率高的眼動儀, 固定頭部才能取得誤差小的資料, 也通常是桌上型, 因此研究者必須評估研究問題、研究對象的年齡、實驗作業等是否與特定的眼動儀適配。

二、眼球追蹤的分析

眼球追蹤資料的分析, 可以針對眼動資料的影片檔或熱區圖 (heatmap, 見圖 1) 進行質性的詮釋, 例如 Molina、Navarro、Ortega 與 Lacruz (2018), 也可以根據研究目的或假設來定義興趣區域 (area of interest, 後文簡稱 AOI), 計算每一個 AOI 內的凝視點數量或凝視時間, 或者凝視點在各 AOI 之間的移動順序等的量化分析。

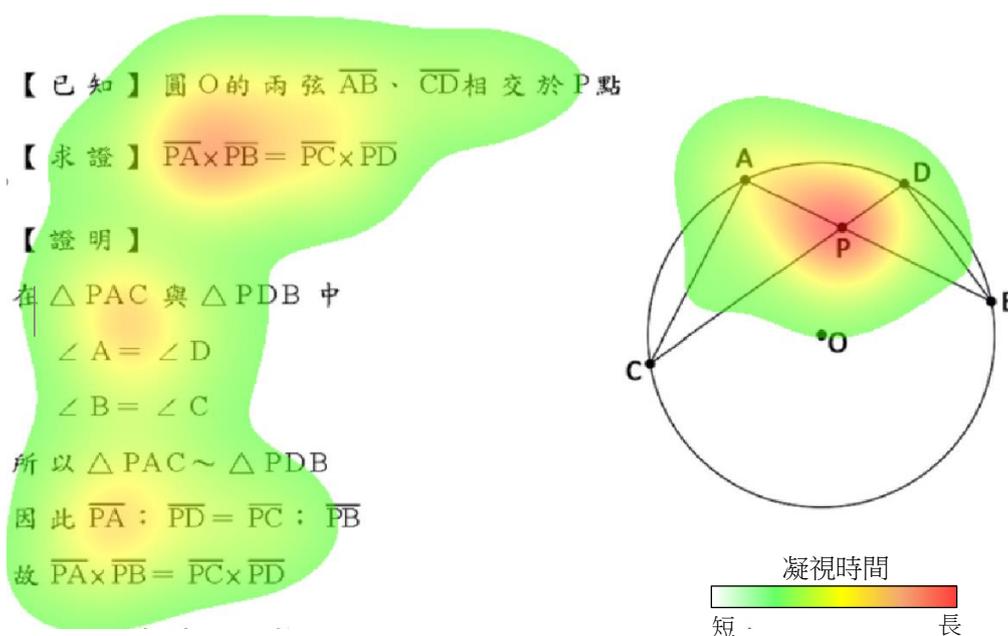


圖 1 讀者在幾何證明題之凝視點熱區圖 (取自作者的實驗資料)

在純文閱讀的眼動研究裡，AOI 可以以詞彙、語句或段落為分析單位。以「詞彙」為 AOI 的研究中，以下四個是常用的眼動指標。圖 2 是以「parallel」為 AOI 的示意圖。(1) 第一個凝視點的凝視時間 (first fixation duration, FFD)，進入 AOI 後第一個凝視點，即圖 2 凝視點 4 的凝視時間。(2) 第一連續凝視總時間 (first gaze duration, FGD)，第一次進入 AOI 到離開之前所有凝視時間加總，即圖 2 凝視點 4+5 的時間。FFD 和 FGD 這兩種指標反映的是詞彙觸接 (lexical access, 也稱為解碼, decoding) 可以用來反映初步瞭解字詞意義的歷程。(3) 回視時間 (regression time, RG)，從 AOI 離開後，第二次及以後再進入該 AOI 的所有凝視時間加總，即圖 2 的凝視點 8 的凝視時間，此指標反映的是理解歷程 (comprehension processes) (Juhasz & Rayner, 2003)。(4) 總凝視時間 (total fixation duration, TFD)，AOI 內所有凝視點時間的加總，即圖 2 的凝視點 4+5+8 的時間，可以反映此一詞彙在語句中的重要性。若改以「語句」或「段落」為 AOI，常用的眼動指標類似，只是 AOI 的單位從一個詞彙擴大為一句或一段：(1) 第一次閱讀目標區凝視時間加總 (first-pass fixation time)，計算與 FGD 類似。(2) 重讀目標區凝視時間加總 (second-pass fixation time)，與 RG 類似。這兩個指標亦分別反映語句或段落的解碼歷程—初次處理語句，以及理解歷程—整合各語句以形成段落或全文大意 (Hyönä, Lorch, & Rinck, 2003; Rayner & Liversedge, 2011)。



圖 2 以「parallel」為 AOI 之語句的凝視點示意圖

在閱讀有文有圖的圖文眼動研究裡，常用的眼動指標包括：(1) 總凝視時間 (total fixation durations, TFD)，此指標反應讀者處理閱讀材料所耗費心力的程度，一般而言，總凝視時間越長，表示讀者花費更多心力和認知資源去處理所閱讀的訊息 (陳琪瑤、吳昭容, 2012; Hannus & Hyönä, 1999; Hegarty & Just, 1993)。(2) 圖佔圖文凝視時間比例，或圖上各區域佔全圖凝視時間比例 (ratio of figure fixation duration) 顯示讀者注意力分配在圖上多寡或者是為理解文意而仰賴圖的比重 (林棠雯、吳昭容, 2016; 陳琪瑤、吳昭容, 2012; 簡郁芬、吳昭容, 2012; Hegarty & Just, 1993)。(3) 圖文來回次數 (integrative transition) 是指凝視點從文上移動到圖上或者從圖上移動到文上的次數，有些學者只計算一個方向 (例如只算文到圖)，有些學者則來回都算。此指標反映讀者企圖整合圖和文的資訊 (Alqassab, Strijbos, & Ufer, 2018)。

掃瞄路徑 (scan path) 是由讀者序列的凝視點和跳視所組成，可以反映讀者搜尋資訊以理解或解決問題的策略 (Hyönä et al., 2003)。掃瞄路徑有底下三種常見的分析方式：一是人工逐一檢

視分類 (Jian & Wu, 2015)；二是運用馬可夫轉移機率 (Markov transition probability) 計算凝視點在一個 AOI 之後最可能 (以及第二可能、第三可能.....) 移到哪一個 AOI，其中運用到轉移矩陣計算與條件機率來計算注意力在兩兩 AOI 之間移動軌跡的機率 (Lee & Wu, 2018)，此種方式可以反應兩個 AOI 共同形成意義的重要性，但因為是合併所有受試者資料進行的分析，並無個人數據得以考驗其統計顯著性。第三種方式是採用序列分析 (sequential analysis) 的統計方法，計算凝視點轉移順序的統計顯著情形，並應用於找出受試者的閱讀路徑 (Jian, Wu, & Su, 2014)。

由於眼球追蹤技術被運用在閱讀研究的歷史較長且數量最多，上述眼動指標多數來自閱讀領域。其它諸如問題解決、創造力、社會互動、情緒等領域，除了一些總凝視時間、跳視次數等常用的指標之外，也有各自領域特別慣用的指標，部分指標會在後文介紹。

貳、文獻搜尋與歸類

為了收集主題相關且品質夠好的論文，本文作者在 2019 年二月從 Web of Science 的 SSCI、ESCI、SCI-expanded 資料庫與國內 TSSCI 資料庫的期刊論文開始，限定年份在 1988 至 2019 年之間，主題則以幾何 (geometr*) AND [眼動 (eye movement*) OR 眼球追蹤 (eye tracking)] AND [學生 (student) OR 學習 (learning) OR 解題 (problem solving) OR 認知 (cogniti*)]，結果合計為 76 篇文獻。逐筆檢視其摘要，必要時閱讀全文，刪除材料雖為幾何，但與幾何認知或學習無關的論文，例如以幾何圖形為視覺搜尋材料的知覺研究或者作為自閉症測驗的材料，也刪除以幾何做為工具來建立資料模型的文獻，結果保留了 13 篇。接著採滾雪球的方式搜尋這 13 篇論文引用的或被引用的文獻，但限定在雖未列於上述資料庫但為數學教育學者普遍認為品質優秀的期刊 (Toerner & Arzarello, 2012)，據此增加了兩篇文獻 (Schimpf & Spannagel, 2011; Schindler & Lilienthal, 2019)。最後本文納入 15 篇期刊論文，為參考文獻中標有「*」之書目。

這 15 篇論文最早是發表於 2001 (Epelboim & Suppes, 2001)，其餘 14 篇都發表在 2011 之後。其中 13 篇屬於研究性質，探討的都是認知歷程，包括：幾何文字題解題及論證 (6 篇)、透過閱讀範例進行學習 (4 篇)，以及其它 (1 篇幾何詞彙的口語解碼，以及 2 篇媒體設計的效益)，並無探討情意狀態的文獻。另外應用性質的僅有 2 篇，內容為眼動楷模 (eye movement modeling example，以下簡稱 EMME)。前述四個主題的文獻分別整理在第參至陸節。為了協助讀者了解眼球追蹤研究的設計及其結果的詮釋，本文對各篇文獻的回顧會保留較多與眼動相關的細節。為了便於對照，表 1 摘錄各篇論文的研究法、受試者年級、眼動儀取樣率或精準度，以及其它搭配的研究工具或資料。

表 1

四類共15篇文獻的研究法、受試者年級、儀器精準度，與其它工具或資料

主題與文獻	研究法	受試者年級	取樣率/誤差視角	其它工具或資料
解題與論證				
Epelboim & Suppes, 2001	個案研究	成人	488Hz/-	放聲思考內容
Schindler & Lilienthal, 2019	個案研究	高中生	-/1.5°	刺激回憶訪談
Lin & Lin, 2014a	實驗法	9年級	500Hz/0.5°	手寫板、測驗
Lin & Lin, 2014b	實驗法	11年級	1000Hz/-	手寫板、測驗
Lin & Lin, 2018	實驗法	高中生	1000Hz/-	手寫板、測驗
Muldner & Burleson, 2015	因果比較法	大學生	60Hz/-	手寫板、測驗、腦波
閱讀與學習				
Lee & Wu, 2018	實驗法	大學生	1000Hz/-	測驗
陳琪瑤、吳昭容，2012	實驗法	大學生	1000Hz/-	測驗
林采雯、吳昭容，2016	實驗法	大學生	1000Hz/-	測驗
Alqassab et al., 2018	實驗法	師培生	25Hz/-	測驗
口語解碼與媒體設計				
Verdine et al., 2017	追蹤研究	3到5歲	60Hz/-	測驗
Molina et al., 2018	實驗法	2和6年級	60Hz/0.5°	後測成績、後測完成時間
Schimpf & Spannagel, 2011	實驗法	大學生	120Hz/-	動態幾何軟體
眼動楷模				
van Marlen et al., 2016	實驗法	大學生	250Hz/-	眼動影片、測驗
van Marlen et al., 2018	實驗法	大學生、7年級	250Hz/-	眼動影片、測驗

參、幾何解題與論證

Epelboim 與 Suppes (2001) 提出「眼動的幾何推理引擎」模型，用來解釋眼球如何被控制來協助幾何推理歷程，並透過模型估計特定受試者解決幾何量問題時的視覺工作記憶。該文先對凝視時間、掃瞄路徑、視覺工作記憶 (visual working memory)、路徑的獨立性四部份討論相關的定義與公理，指出圖上幾何元素必須被凝視足夠長的時間 (例如 200msec 上下)，才會被加入視覺工作記憶中；不同受試者解特定幾何問題時的工作記憶容量是固定的，當加入一個新的幾何元素就超過這個容量時，就有某個保留在工作記憶中的元素會被覆寫；若此一被覆寫的元素是解題必要的，受試者就得移動視線重複閱讀圖上這個被覆寫的元素；在重新加入這個元素的同時，又會有另一個元素被覆寫。此一視覺工作記憶的限制可以解釋何以幾何題的凝視點如此之多，而且重複 (redundancy)。

Epelboim 與 Suppes (2001) 以三名成人個案進行實徵研究，包含兩名專家與一位生手。題目包括 10 道搭配了圖形的幾何量文字題，文字部份以一句一行的方式呈現，例如題目包括三句「線 s 切圓 O 於點 B ， $\overline{OB} = \overline{AB}$ ，求弦 \overline{AB} 和線 s 的夾角」(參見圖 3)。解題時不提供紙筆，但所有試題的數字都在可心算的範圍內。解題時一方面收集眼動資料，另一方面要求受試者必須放聲思考，且每題限時 5 分鐘。被眨眼打斷的或者短於 50 毫秒的凝視點不計入分析，再以人工分類其餘有效凝視點到特定的文字、圖的幾何元素，或者「空白」(距離文字或幾何元素兩個字元之外的凝視點)，兩名分類員的評分者一致性大於 95%。該研究運用個別受試者之凝視時間的分布與掃描序列的統計特性，估計兩位專家與一名生手在幾何解題的視覺工作記憶。

另一個有趣的發現是，Epelboim 和 Suppes (2001) 利用受試者的放聲思考資料將其工作記憶中的內容和眼動資料對照起來，圖 3 是其中一位專家的解題歷程，他的解題分成四個階段，(1) 讀題並對照附圖、(2) 未知角和 $\angle ABO$ 互餘、(3) 線段 $\overline{AB} = \overline{OB}$ 、(4) 三角形 ABO 是等腰...正三角形。圖上將不同凝視時間的凝視點以圓形 (< 300 msec)、正方形 (300–600 msec)、菱形 (> 600msec) 來表示，形狀上標示的數字是凝視點的順序。該文作者特別指出階段 4 有許多凝視點集中在 $\triangle ABO$ ，雖然線段 \overline{OA} 並未出現在附圖上，但專家受試者能在心智上建構出這條關鍵的線段，並在眼動現象上顯現掃瞄的軌跡；而生手受試者則沒有。這顯示掃瞄軌跡不僅是反映知覺歷程，也反映了高階推理歷程。

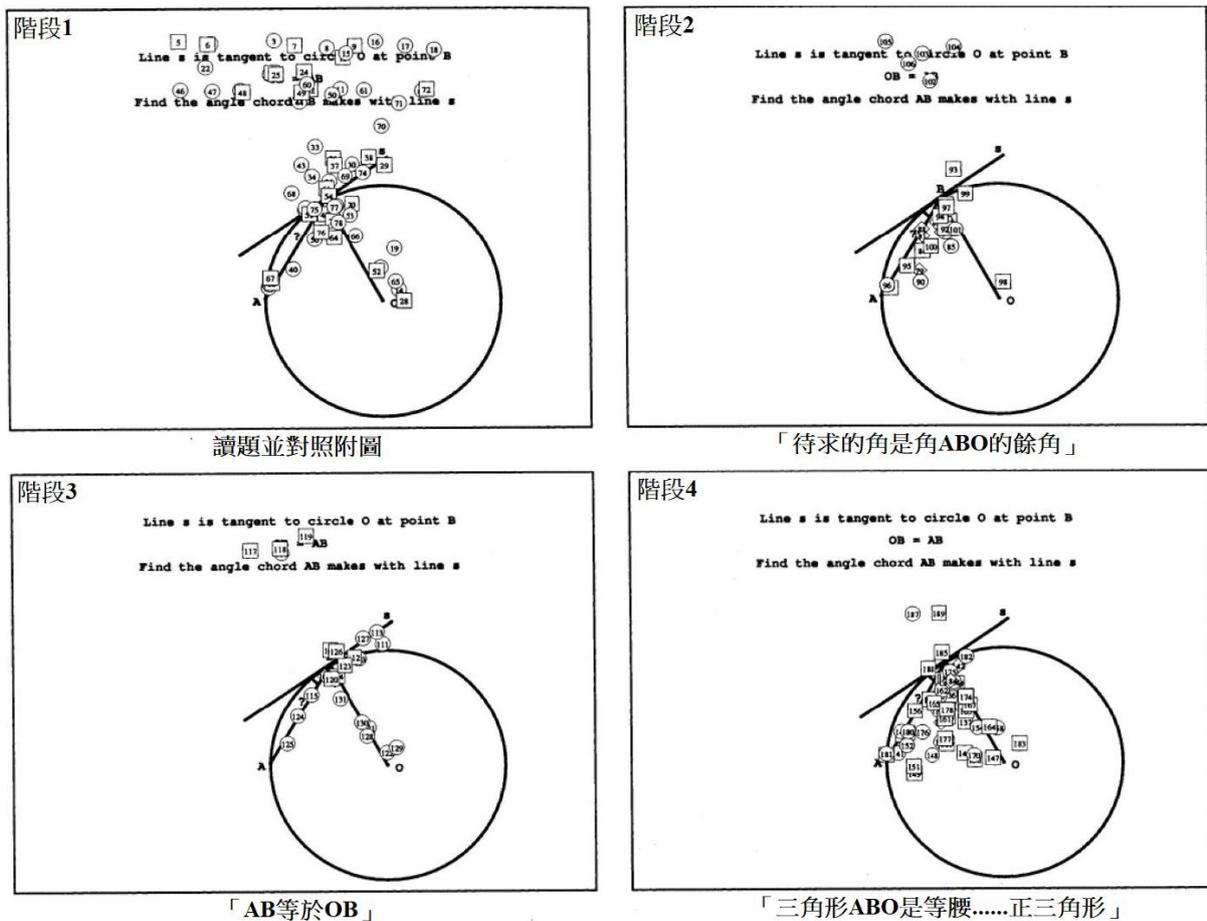


圖 3 專家解題者四階段的放聲思考重點與眼動資料(修改自 Epelboim & Suppes, 2001, p. 1568)

相對於上述支持心眼假說的論點，Schindler 與 Lilienthal (2019) 旨在指出，幾何解題的哪些歷程適用或不適用此一假說。他們以一名高中生個案為對象，以眼鏡式眼動儀錄下個案解決紙上一道正六邊形之角度問題的眼動軌跡。該題有多種解題途徑，而個案也被要求盡量多用不同的解法，並至少嘗試 15 分鐘。隔了幾天，此眼動影片被撥放來進行刺激回憶訪談 (stimulated recall interview)，過程中個案與研究者都可以暫停或回轉影片，以便了解當時個案正在想什麼。結果有多個眼動片段其眼睛注視的位置與個案報告的心智活動一致，此為心眼假說適用的證據，不過眼睛在兩角之間來回的眼動型態，個案仍有多種不同內容的報告，例如用眼睛畫輔助線、確認兩角具對稱性、思考如何運用兩角的已知條件...；但也有數個眼動片段與個案報告的認知內容不一致，包括兩類：看到紙張之外，以及凝視點在無意義的位置上快速移動。對於前者，個案表示當時他正在思考，看到紙張之外可以避免紙上資訊的干擾，讓思緒維持在進行中的思路之上；對於後一類，個案表示他當時有點驚慌，因為發現前面步驟犯了一個錯誤，或者有點壓力，因為發現時間快沒了。

國內學者林志鴻與林珊如 (Lin & Lin, 2014a, 2014b, 2018) 在幾何解題之眼動研究的技術做了突破，他們將手寫板和眼動儀結合，解決了多數數學眼動研究的受試者只能心算、無法筆算的限制。Lin 與 Lin (2014a, 2014b) 旨在瞭解圖形複雜度 (會使心像操弄的難度不同) 如何影響幾何解題的認知負荷，並比較解題成功者與失敗者的眼動差異。他們以五道相似三角形對應邊成比例的問題為材料，並請已經學過此一相似形性質的中學生解題。五題的文字部分之題型類似，都以類似於「若 $\triangle ABE \sim \triangle DCE$ ，求？的長度」的方式呈現，待求的邊長以「？」標示在圖上，而兩個相似三角形有五種不同的空間關係，例如左右排列的兩個獨立三角形 ($\triangle ABC \sim \triangle DEF$)、共用頂點且底邊相互平行並在頂點同側的兩個鑲嵌式三角形 ($\triangle ABC \sim \triangle ADE$)、共用頂點且底邊相互平行並在頂點異側的顛倒式三角形 ($\triangle ABE \sim \triangle CDE$)。Lin 與 Lin 先請 311 名九年級學生參與團體紙本測驗，透過各題的解題正確率、認知負荷評分，與學生學校成績之相關，來確認五道題目的圖形複雜度。接著以 63 名高中生進行個別的眼動實驗，手寫板的解題過程會呈現在螢幕的手寫區，有效樣本 57 人。Lin 與 Lin (2014a) 選了三種眼動指標計算文區題目和圖區的眼動資料：總凝視時間、凝視次數 (fixation count)，和 AOI 進出次數 (run count)，他們預期認知負荷越高的題目，凝視總時間越長、凝視次數和進出次數越多，而研究結果也支持假設，也就是需要心像旋轉的圖形難度較高。Lin 與 Lin (2014b) 則選擇了 10 種眼動指標進行分析，包括首次的、末次的，以及總和的三類各三到四種 (例如總凝視時間、凝視次數等) 指標。他們分別針對文區、圖區，和解題區三區計算上述 10 種指標，其中凝視點僅納入 200 毫秒以上的資料。比較解題成功者與失敗者在三區 10 個指標上的差異，沒有很穩定的效果，在少數題目 (主要是難度最高的題目) 上，失敗者比成功者更常凝視文區和圖區，而成功者比失敗者更常凝視解題區。未能得到穩定結果的可能原因，是其中四題的難度不高，正確率在 .79 到 .89，這使失敗者的人數相當有限、資料誤差較大。

Lin 與 Lin (2018) 用類似的材料、62 名高中生進行控制較佳的實驗，目的在探討需要心像旋轉的幾何圖是否較困難。他們比較將有共同邊的兩相似形三角形 (毗連組) 拆成分離的圖形時 (分離組)，是否能降低相似形對應比對的難度，進而提高解題正確率？同時探討解題成功者與失敗者在不同的解題階段是否有差異？受試者被分派到毗連組與分離組，四題前測試題兩組相同，僅有一題正式題有差異。不論前測或正式題，每題都有三個畫面，文區和解題區在三個畫面都維持不變，僅在圖區增加訊息與開放功能：畫面一，兩個三角形的對應角上標有同樣的記號，如 *、° 等；畫面二，增加了已知邊的邊長數值，以及待求邊長的「？」；畫面三維持前述兩畫面的資訊，並開放可在解題區書寫的功能。Lin 與 Lin 並未說明三個畫面的時間如何控制，但筆者從結果推測，應該是由受試者控制呈現時間。兩組受試者前測的正確率大致相當，四題正確率在 .71 到 .90 之間，而正式題的正確率兩組都是 .19，顯示把兩個相似三角形拆開並

未降低解題難度。眼動資料的處理與之前的論文類似 (Lin & Lin, 2014a, 2014b)，只保留超過 200 毫秒的凝視點，選用凝視總時間、凝視次數和進出次數三種指標，分就三個畫面的數個 AOI 分析兩組之解題成功者與失敗者的資料。結果畫面一並未顯現成功者與失敗者的差異；畫面二在毗連組有部分指標顯示失敗者比成功者更常看邊長數值與問號，而分離組的成功者與失敗者沒有差異；畫面三在分離組則有多個指標上顯示失敗者比成功者更常看所有區域，包括圖區、文區的數值和問號，以及作答區。

Muldner 與 Burlison (2015) 同樣採用了眼球追蹤搭配手寫板探討幾何論證，但該文的研究問題是學生的眼動指標和 EEG (Electroencephalography, 腦波) 可否區辨高低數學創造力？該研究以 21 名大學生為對象，用了一道只需中學幾何知識卻有超過 30 種證明方式的題目為材料。數學創造力總分是由數學論證的流暢性、變通性和原創性加總所得的分數，該分數高或低於平均數的受試者分別歸為高、低創造力。研究者另外也收集了受試者的幾何知識和創造力評量表，結果兩者都與數學創造力無顯著相關，然而高、低創造力者除了兩個 EEG 指標有差異之外，在眼動上也有部分指標有差異。高創造力者比低創造力者總凝視時間較長、平均眼跳 (saccade) 幅度較長、平均眼跳速度較快、眼跳速度標準誤較大。Muldner 與 Burlison 將能區分高低創造力的各類指標投入機器學習的套裝軟體後，發現有兩種分類的模型效果最好，依解題表現歸為高創造力的受試者，模型預測也歸為高創造力的比率 (正陽率) 為 .86 和 .76，而低創造力的受試者卻被模型歸類為高創造力的比率 (偽陽率) 為 .21 和 .33。

從以上文獻可知，幾何解題常以總凝視時間、總凝視次數的多寡來反映題目的難易度，而各 AOI (文、圖、解答) 凝視時間、凝視次數，以及進出次數，則可反映各區資訊在解題上的重要性，以及整合不同 AOI 區的必要性。Muldner 與 Burlison (2015) 採用的眼動指標較為獨特，由於該文的焦點在於數學創造力，所選用的眼動指標多了創造力文獻常用的總眼跳距離、平均眼動幅度、平均眼跳速度，以及反映認知負荷的平均瞳孔大小 (陳學志、彭淑玲、曾千芝、邱皓政, 2008; 陳學志等人, 2010)，而這類與眼跳和瞳孔有關的眼動指標在數學教育研究較為罕見。

此外，由於解題或論證常常需要將中介步驟記錄下來才能往下推行，一般桌上型眼動儀無法回應這樣的需求，上述六篇文獻都有獨特的因應或突破。Epelboim 和 Suppes (2001) 選用的幾何文字題其數值與運算步驟簡單到可以心算；Schindler 與 Lilienthal (2019) 採用眼鏡式眼動儀，其誤差較大，所以他們只分析一個眼動資料特別準確的個案；Lin 與 Lin (2014a, 2014b, 2018) 和 Muldner 與 Burlison (2015) 都設法結合眼動儀和手寫板，使受試者可以在螢幕的題目區觀看題目，並在螢幕的解題區寫下紀錄，受試者維持注視螢幕的狀態，使得眼動儀得以持續記錄他們的眼動軌跡。

肆、幾何閱讀與學習

幾何文本是一種獨特的載體 (genre)，其閱讀與學習涉及複雜的圖文整合和推理歷程，透過眼球追蹤技術可以呈現其歷程的特性，例如閱讀幾何圖文時，讀者是先看圖，還是先讀文？若是先讀文，那麼語句陳述的順序會如何影響閱讀歷程與理解表現？圖文之間的來回參照的時機是何時？高低推理成分的幾何文本，其閱讀歷程有何差異？圖上代表等角或等邊的著色是否會影響閱讀歷程與理解表現？吳昭容與其研究夥伴探討了前述這些問題 (林宓雯、吳昭容, 2016；陳琪瑤、吳昭容, 2012；Lee & Wu, 2018)。

Lee 與 Wu (2018) 以 65 位大學生閱讀九個幾何敘述句來探討幾何閱讀是文主導還是圖主導？以及敘述是否符合舊新訊息原則 (given-new principle) 對閱讀歷程的影響。幾何敘述句是僅在描述附圖的短句，例如「 $\triangle ABC$ 中，在 \overline{AB} 、 \overline{AC} ，兩邊做中點連線 \overline{DE} 」，語句簡短且盡量降低推理成分；每句各有兩種順序，前例的新訊息「 \overline{DE} 」在舊訊息「 \overline{AB} 、 \overline{AC} 」之後，為符合舊新訊息原則的版本，而「 $\triangle ABC$ 中， \overline{DE} 為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 兩邊的中點連線」則不符合舊新訊息原則。透過眼球追蹤讀者讀文或讀圖的順序與時間，該文指出幾何閱讀是文主導，也就是讀者絕大多數先讀文字，而在讀到幾何符號 (例如 \overline{AB}) 時，轉到圖上搜尋對應的符號 (搜尋 A 、 B 的位置) 後，就隨即回到文。而符合與不符合舊新原則的比較顯示，符合的敘述會降低圖文來回跳視次數、減少整體閱讀時間，而且減少的是圖區的凝視時間，文區的凝視時間則兩版本一樣；透過馬可夫轉移機率分析掃描軌跡顯示，符合版本的讀者一路閱讀文句到最後出現新訊息 (例如 \overline{DE}) 時才轉到圖區，在圖上的時間較短；而不符合的版本則會較早就讀到新訊息，此時隨即轉到圖區，停留在圖區的時間較長，顯示新訊息因為沒有適當的脈絡提供理解，讀者在圖上搜尋與探索各幾何符號的空間關係的時間就較長。舊新訊息效應指出幾何語句的陳述方式會影響閱讀歷程，此一結果同樣支持幾何閱讀是文主導的歷程。

陳琪瑤與吳昭容 (2012) 除了探討閱讀幾何證明時的圖文比重之外，也比較圖示著色對閱讀歷程的影響。該研究以眼動儀紀錄 31 位大學生閱讀四道國中難度的幾何題的示範證明，閱讀不限時，其後須在紙本進行類似題的回憶測驗。四道示範證明均有著色和無著色兩種版本，受試者被分派到其中一種版本；著色版的附圖會依據證明的內容在圖上用顏色標示等角或等邊長，無著色版的附圖則為黑白。幾何證明的讀圖凝視時間百分比相當高，但對照專家對四題的難度評估與受試者的回憶正確率，讀圖的時間百分比與題目難度之間並無特定關係。圖示著色對所有四題的回憶正確率都沒有影響，而在凝視時間上僅在難度最高的第四題有顯著效果——不論文區或圖區的凝視時間都比無著色版來得短；進一步將與圖示著色相關之解題步驟的總凝視時間分成初始理解與回視兩階段，用來對應於閱讀研究的解碼與理解，發現著色縮短了三題的初始理解時間，而對四題的回視時間都沒有影響。這代表圖示著色主要在加速視覺化歷程，也就是

著色使讀者能快速找到對應於解題步驟的圖形訊息，促使解題步驟中所描述的幾何物件的空間關係能更快地被建構出來。

林宓雯與吳昭容（2016）藉由比較不同類型幾何文本的眼動型態來探討幾何閱讀。該研究請 50 位大學生閱讀 9 題幾何敘述及 2 題幾何證明，其中幾何證明分成已知求證、示範證明兩部分分析，三者的推理成分依序由低而高。結果發現：幾何敘述、已知求證、示範證明三種文本的讀圖凝視時間佔總凝視時間比率各自為 .36、.41 和 .51，也就是示範證明的讀圖比率顯著較高。這顯現幾何文本的推理成分越高，讀者仰賴圖的程度就越重。該文將總凝視時間分成初始理解與回視兩階段，發現三類文本的初始理解時間佔總凝視時間的百分比由高而低（幾何敘述最高），而回視時間佔總凝視時間的百分比則相反（幾何敘述最低），推論初始理解與視覺化的關係較密切，而回視則與理解各文句之邏輯連貫性較有關。最後，該研究將文句的詞彙符號分成三類，包括一般文字（例如「作」、「在」）、幾何名詞（例如「圓」、「中垂線」），以及幾何符號（例如「 \overline{AC} 」、「 AFC 」），眼動軌跡的分析顯示，幾何符號是指引成人讀者到圖參照的線索。相對而言，讀者讀到一般文字、幾何名詞，則多半繼續閱讀文區，而少有參照圖的眼動型態。

Alqassab 等人（2018）探討 53 位中學數學師培生研讀對的或錯的幾何證明之眼動型態，及對該證明之理解與評論。材料是一則運用到平行四邊形及三角形性質來證明某角為 60° 的題目，單獨呈現問題之後，對、錯兩種版本的證明，分別有九和八個步驟。為了探討錯的步驟會如何影響對的步驟的理解，證明的步驟分成兩個畫面呈現，畫面 1 的解題步驟（文區）兩版一對一錯，畫面 2 則兩版的解題步驟一樣且正確，兩畫面搭配的圖都相同，因此四個 AOI：畫面 1 的文區、畫面 1 的圖區、畫面 2 的文區、畫面 2 的圖區，對錯兩版僅在畫面 1 的文區有差異。受試者被隨機分派到正確或錯誤的版本，實驗程序包括兩階段。階段一是在眼動儀上機的情況下閱讀證明題，並口頭評論其對錯；階段二則進行紙筆測驗，包括幾何知識測驗、階段一證明題的理解測驗，以及填寫基本資料。研究者就眼動資料的預期是，閱讀錯誤版不僅在畫面 1 的文區會比正確版的花更多時間，同時造成其它三個 AOI 較難理解而拉長處理時間，而且錯誤版兩個畫面的圖文來回次數會比正確版多。

資料分析時，由於每名受試者的閱讀時間長短不同，因此每位受試者四個 AOI 的凝視時間除以各人的總凝視時間，得到四個 AOI 的凝視時間比率；此外，由於四個 AOI 的面積大小不同，故四個 AOI 的凝視時間比率與圖文來回次數都再除以對應的 AOI 的畫素（pixel）。接著三個眼動的依變項：文區的凝視時間比率/畫素、圖區的凝視時間比率/畫素，以及圖文來回次數/畫素，分別採用二因子變異數分析，比較兩版本在畫面 1 和 2 的分布狀況。整體而言，資料支持 Alqassab 等人（2018）的預測。以第一個依變項為例：錯誤版本的文區凝視時間比率/畫素比正確版本的大，且兩個版本的文區凝視時間比率/畫素在畫面 1 和 2 有不同的分布，正確版本是畫面 2 比畫

面 1 來得大，而錯誤版本卻是畫面 1 比畫面 2 來得大。

上述四篇幾何閱讀的論文顯示，凝視時間的長短常被用來推估解碼或理解歷程的難易，文區和圖區的凝視時間也被用來反映文字、算式相對於圖形對幾何理解歷程的重要性。其次，由於相互比較的閱讀材料可能篇幅不同，造成總閱讀時間長短不一，將凝視時間除以總閱讀時間，或者除以 AOI 的畫素，可以提供另一種角度的比較。此外，掃描路徑的分析也見於本節的文獻，顯示幾何文本的閱讀軌跡有助於反映幾何閱讀歷程。

伍、口語解碼與媒體設計

在第參和肆節之後，幾何眼動的認知研究所餘三篇文獻的主題較為分歧，包括幾何詞彙的口語解碼、多媒體設計的認知效益，以及介面設計的知覺效益。幼兒對口語詞彙的解碼能力理應影響後續高階能力的發展，也就是聽到語詞就能提取概念，將有助於連貫語詞的前後脈絡，形成知識、發展更為高階的能力。以往研究多半採用正確率來定義解碼能力，Verdine、Bunger、Athanasopoulou、Golinkoff 與 Hirsh-Pasek (2017) 認為流暢性比正確性來得更關鍵，因此很獨特地運用眼球追蹤資料來量化幼兒解碼幾何圖形詞彙的速度。Verdine 等人認為幾何詞彙的解碼速度會是後續空間能力的重要影響因素，而且低社經地位兒童的語言經驗在質與量上都比高社經地位兒童來得差，又因為兒童對於詞彙的解碼速度較慢，要跟上口語資訊就得花費較多心力，也就影響後續更高階能力的發展。他們以三歲幼兒解碼幾何圖形詞彙的速度為標的，發現高社經地位幼兒的解碼速度確實比低社經地位幼兒來得快，而且有趣的是，三歲幼兒幾何圖形詞彙的解碼速度可以顯著預測五歲時的空間能力，即使控制了社經地位、一般詞彙能力、三歲時的空間能力之後，其預測力仍顯著。

Verdine 等人 (2017) 設計了一個稱做 SFT (shape fixation task) 的作業來評量三歲幼兒的幾何詞彙解碼能力。該作業用了六種常見的幾何圖形類別 (圓、三角形、正方形、長方形、五角形、六角形) 各有三種型態的圖形，總共 18 個嘗試 (trial)。每個嘗試呈現兩個圖形選項 2.5 秒，接著口語指令重複兩次，例如「注意看三角形、注意看三角形」，時間約 3.5 秒。每個嘗試的眼動資料僅分析 6 秒中的 4 秒，且每 250 毫秒為一個分析單位，所以每個嘗試有 16 個分析時段，每名幼兒跨 18 個嘗試在特定時段是否注視到選項中對的圖形所佔的百分比 (簡稱 PLT) 是否高過隨機是分析的重點。結果高社經地位幼兒平均 PLT 顯著高於隨機的時段早於低社經地位幼兒，而且在指令出現後的 1500-2000 毫秒，高社經地位幼兒的 PLT 顯著高於低社經地位幼兒。這兩個結果顯示，高社經地位幼兒解碼幾何口語詞彙並看向正確圖形的速度較快，且注視正確選項的人數較多。

Verdine 等人 (2017) 除了上述團體資料的分析之外，運用個別幼兒三歲時的眼動資料轉換成幾何詞彙正確性與解碼速度兩種指標，來預測四、五歲的空間能力。結果顯示，三歲時的幾何詞彙解碼速度雖然對三歲當下的正確性不具預測力，但對五歲空間能力卻有穩定的預測效果。Verdine 等人運用階層混合線性模式進行分析，模式一先投入三歲時的幾何詞彙正確性、再投入處理速度時，兩者有類似強度的顯著預測力；模式二先投入社經地位、一般詞彙能力、年齡作為控制變項之後，幾何詞彙正確性雖然仍顯著預測五歲的空間能力，但解釋力明顯小了許多，然而處理速度的預測歷程還維持相當高的解釋力；模式三在原先三個控制變項之後，再多控制三歲和四歲時的空間能力，幾何詞彙正確性已經沒有解釋力了，而解碼速度仍然顯著。Verdine 等人展現了眼動儀在反映口語解碼速度的可用性。

視覺化在幾何學習扮演重要角色，多媒體設計的效益反映在整合圖形與語文訊息的效用 (effectiveness) 或效率 (efficiency)，前者常以測驗表現來呈現，後者則以速度來反映。Molina 等人 (2018) 針對小學二年級與六年級學生各四十多名，以四個實驗考驗四個多媒體原則對幾何學習的效果，包括 1. 鄰近效果 (文和圖的空間關係以鄰近優於分離)、2. 視覺分散效果 (描述圖形的語文方式以口語優於文字)、3. 冗餘效果 (在有圖與口語描述下，增加文字會有負面效果)，以及 4. 圖示效果 (文加圖優於文)。透過收集智力測驗與學習風格問卷的資料，研究者將學生分成等質的實驗組與控制組。實驗採個別施測，首先進行紙本前測；接著教學介入是在 60Hz 眼動儀追蹤的情況下觀看學習材料，學習時間由學生控制，實驗組和控制組的學習材料不同；最後進行紙本後測，試題屬於保留測驗的特性。學習效果的量化指標有三：後測得分、學習時間，以及學習效益 (後測得分÷學習時間)。學習歷程則選了九個眼動指標，用來反映三種不同的認知歷程：易搜尋性 (findability)、視覺努力 (visual effort)、興趣 (interest)。例如「前凝視次數」(fixations before) 是易搜尋性的指標之一，意指教材呈現之後，凝視點落入特定 AOI 之前的凝視次數，此一凝視次數越多，代表材料出現之後需要較多的凝視次數才能找到重要的學習資訊。而「凝視密度」(fixation density) 是視覺努力的指標之一，意指特定 AOI 的凝視次數佔畫面總凝視次數的百分比，越高可能代表無法理解。「凝視時間百分比」是興趣的指標之一，意指特定 AOI 的凝視時間佔畫面總凝視時間的百分比，百分比高代表對該 AOI 有興趣。多數指標的 AOI 會包括圖區、文字區，和全區。

Molina 等人 (2018) 以 t 考驗分別就二年級、六年級考驗實驗操弄的效果，包括後測成績、學習時間，以及九個眼動指標在各個 AOI 上的差異。整體而言，後測成績與學習時間多數支持四個多媒體原則的預測，但每一原則之眼動指標的考驗多達三十幾個 t 考驗，資料解釋就有主觀選擇與詮釋的空間。例如實驗三考驗冗餘效果時，因為視覺材料上實驗組比控制組多了文字，因此總凝視時間或次數實驗組會比控制組長，但換成百分比則實驗組在圖上的百分比會比控制

組短，因此九個指標在各 AOI 的兩組比較時，就有不少考驗與預期不符，但在概念上是可解釋的，這個研究方法上的議題，本文將在「柒、結論與建議」提出討論。

此外，軟體介面儀表版設計的好壞，常顯現在功能鍵是否容易搜尋，而眼球追蹤可提供搜尋效率的指標。Schimpf 與 Spannagel(2011)比較縮減了動態幾何軟體(dynamic geometry software, 簡稱 DGS) 儀表版上的功能鍵數量是否比完整儀表版容易搜尋以及附帶意外學習到其它功能鍵的位置。他們定義「易搜尋性」是以學習階段凝視點第一次落進指定功能鍵 AOI 的時間，越短代表介面設計越容易搜尋；「感知性」則以測試階段凝視點第一次落入新的指定功能鍵 AOI 的時間，當學習階段有機會察覺其它功能鍵的位置，那麼在測試階段要搜尋新的功能鍵的時候就會比較快。該研究並未發現縮減版與完整版的介面有任何差異，包括在以大學生進行單純的知覺搜尋作業的實驗一，和以中學生進行實際建構幾何物件的實驗二，也就是縮減 DGS 介面的功能鍵並非必要。

本節三篇文獻的主題雖然較為分歧，然其共同之處在於都關心幾何作業的處理速度。Verdine 等人(2017)探討口語的解碼速度，其眼動資料的分析必須考量口語出現的時間，使資料處理有其特殊之處。Molina 等人(2018)探討的是學習速度，也就是學習者花了多少時間才能完成學習。而 Schimpf 與 Spannagel(2011)比較的則是搜尋速度，也就是不同儀表版設計何者能較快找到指定的功能鍵。一般實驗所收錄的反應時間(reaction time)，通常從刺激出現開始計時，直到受試者做出反應以終止計時；而所謂的反應通常是按鍵或者說出答案，也就是必須完成整個認知作業才能反應，而且需要受試者自覺地(voluntarily)做出或說出選擇。相對地，眼動儀可以更微觀地記錄特定歷程的時間，即使認知作業尚未完成，而且眼動型態可以反映出非自覺的歷程，進而提供內隱的認知歷程，並擴大適用的受試者範圍。

陸、眼動楷模

觀察專家的示範是常見的學習方法。眼動楷模以專家的眼動軌跡作為生手學習的示範，結合了多媒體教學設計與專家研究的特性，其優點是引導生手的視覺注意力可以和楷模同步，讓生手可以在對的時間看到對的位置，不只學到楷模在做什麼，也知道楷模看了哪裡。與前述參至伍小節的研究相比，在 EMME 這個領域中，眼動儀不只可以作為成效評量的工具，同時也是建構教材的工具。專家的眼動影片作為一種教材，在知覺相關的作業(例如醫療造影的診斷，或者魚類動作的分類)的效果已有支持的證據(Gegenfurtner, Lehtinen, Jarodzka, & Säljö, 2017; Jarodzka, van Gog, Dorr, Scheiter, & Gerjets, 2013)，van Marlen 和夥伴(van Marlen, van Wermeskerken, Jarodzka, & van Gog, 2016, 2018)則想瞭解 EMME 在程序性解題上的效果。

van Marlen 等人 (2016) 以 72 和 68 位社會科學類組的大學生為對象進行兩個眼動楷模的實驗。實驗一的學習材料有四題簡單幾何題，學習每一題之後必須解決兩題類似題，四組的範例-類似題的配對學習之後，有兩題遷移題。實驗操弄是三組學習材料的呈現方式：有意義的 EMME、無意義的 EMME，和控制組。兩組的 EMME 是由 250Hz 眼動儀錄製的影片，並以畫面更新率為 60Hz 的螢幕呈現，影片上動態地出現代表眼睛注視點的藍點，有意義的 EMME 影片的藍點落在與解題有關幾何圖的位置上，而無意義的 EMME 的藍點則散布圖上而未聚焦在解題有關的圖形位置。控制組則沒有呈現藍點。三組影片呈現的時間控制成近似，且最後兩秒都呈現解答。受試者被隨機分派到三組，這三組受試者在幾何先備知識與對材料的熟悉性都沒有差異。結果不論在類似題或遷移題上，三組的正確率都沒有差異，但在解題時間上有邊緣顯著的效果：類似題上，看無意義的 EMME 會使解題時間比控制組長；在遷移題上，看有意義的 EMME 會使解題時間比控制組短。實驗二調整學習材料為兩題複雜的幾何題(需多個解題步驟，且圖形包含了數個已知但無用的角度數值與未知的方框)，組別縮減為 EMME 和控制組兩組，兩組的影片都有口語的解題解說，EMME 有代表楷模凝視點的藍點，控制組則沒有。此外，實驗二的受試者是在眼動儀上機的狀態下閱讀學習材料，以便確認 EMME 是否能更快、更正確地引導注意力到對的圖形位置上。結果，不論類似題或遷移題的解題正確率，EMME 和控制組都沒有差異；解題時間上，兩組在類似題沒有差異，在遷移題則 EMME 組反而比控制組花更長的時間；受試者的眼動紀錄顯示，在口語解釋之後 EMME 比控制組更快注視到相關的 AOI，停留的時間也比控制組長，但及時移動到位置的比率，兩組沒有差異。van Marlen 等人指出，除了 EMME 無助於程序性解題的學習此一結論之外，另一種可能的解釋是，實驗一題目過於簡單、實驗二有口語說明就足夠，致使 EMME 無法顯現其效果。

為了確認前一篇論文 EMME 無效的原因，van Marlen 等人 (2018) 改變了口語說明的明確程度。他們預期口語解說模糊時，例如以「這個角」取代口語解說的「角 A」，EMME 能顯現效果。實驗一將 57 名社會科學類科的大學生隨機分派到 EMME 和 ME (modeling examples) 組，EMME 組是模糊的口語解說加上眼動楷模，ME 組僅有模糊的口語解說，其餘的實驗材料設計、幾何先備知識測驗、眼動資料的處理方式，都與 van Marlen 等人 (2016) 的實驗二類似。結果在觀看範例後，先備知識相當的兩組受試者不論在類似題或遷移題的解題表現都沒有差異；解題時間上，EMME 組在類似題比控制組花更長的時間，而在遷移題則兩組沒有差異；受試者的眼動紀錄顯示，EMME 組比 ME 組更快注視到相關的 AOI、凝視的比率較高，但停留的時間兩組無差異。由於大學生受試者的幾何先備知識測驗接近滿分，且類似題與遷移題的正確率都在 .85 至 .95 之間，為了排除 EMME 無效的結論可能來自天花板效應，van Marlen 等人以中學一年級學生為對象進行了實驗二。

van Marlen 等人 (2018) 實驗二共有四種實驗情境，是由 2 (EMME 與 ME) \times 2 (口語解說明確與模糊) 組合而成，國一學生被隨機分派到其中一種情境，人數為 26 至 28 人。實驗在電腦教室進行，每位學生在聽完統一的說明之後，依著電腦設定好的程序以各自的速度完成實驗，因此並沒有使用眼動儀追蹤受試者的學習歷程。四組學生的先備知識較少且組間無差異，對於教學影片的評分則有交互作用，也就是接受解說模糊之 ME 的學生，對教學清楚程度的評分顯著地低於其它三組，而其它三組之間則沒有差異。看完影片後的類似題與遷移題解題正確率都只有 EMME 優於 ME 的主要效果，口語解說的明確度沒有影響，交互作用也沒有效果。作者們對於預期的交互作用未顯著的解釋有二，一是各組的人數太少，造成統計考驗力不足，二是口語明確度的操弄不夠強。van Marlen 等人 (2016, 2018) 一系列四個實驗，在以大學生為受試者的前三個實驗都未發現 EMME 對幾何解題有正向效果，在最後一個以先備知識較少的國中生為對象，則發現 EMME 確實能促進幾何解題。

眼動楷模應用了專家的眼動影片做為教材，可說是眼球追蹤在教育上的實務應用。但在還未確認眼動楷模在幾何解題上確實有效之前，仍須研究加以確認。從 van Marlen 等人 (2016, 2018) 的論文可以發現，類似題與遷移題的解題表現是考驗 EMME 效果的方法，但若要確認 EMME 是否真的能引導學習者在對的時間看到對的資訊，則必須以眼動儀記錄學習歷程，透過分析 EMME 組和控制組在特定時間進入關鍵區域的速度、停留時間，以及進入關鍵區域的比率，來回答 EMME 的視線引導效果，因此關鍵區與特定時間的界定是研究者必須事先思考清楚的問題。

柒、結論與建議

一、總結

本文回顧的 15 篇幾何眼動研究各有特色，以下分別從幾個面向來總結與評論。就受試者特性而言，目前眼動儀多半被幾何眼動研究用在探討學習者的歷程，即使專家的眼動軌跡被研究 (Inglis & Alcock, 2012) 或被拿來當作學習的楷模 (van Marlen et al., 2016, 2018)，都不是從教學者的歷程來探討的。超過半數文獻的受試者是大學生，而所使用的材料是中學教育的幾何素材，也就是以實際正在學習幾何的中小學生為對象的研究較少，其中幼兒與小學生的研究更少，這與目前的眼動儀必須限制受試者動作才較精準有關。就作業而言，這 15 篇文獻都屬於認知作業，尚無探討情意狀態的幾何眼動研究。這些文獻的認知作業以問題解決、閱讀、學習，與數位介面的操作為主，視覺的搜尋、解碼，與理解越關鍵的作業，就越適合使用眼動儀。當認知作業仰賴即時環境的資訊越少，而越依賴記憶的提取或舊經驗參與的推理，那麼眼動軌跡所能反映的就越有限。就幾何材料的特性而言，這 15 篇文獻的幾何材料多數是有文有圖，極少部分只有

圖，而沒有僅有文字的材料。圖文並陳時的文字承載的訊息量多寡不一，證明或解題範例（林采雯、吳昭容，2016；陳琪瑤、吳昭容，2012；Alqassab et al., 2018; van Marlen et al., 2016, 2018）的文區篇幅較長，文字題的題目（Epelboim & Suppes, 2001; Lin & Lin, 2014a, 2014b, 2018）長度較短；目前未見無圖的幾何眼動材料，推測乃因若要受試者自行畫出幾何圖需有手寫板，必須解決其與眼動儀搭配的技術問題；若讓受試者在心中建構幾何圖形並維持心像的認知負荷過重，則無法反應自然狀態下的幾何作業。就眼動儀型態而言，目前多數採用桌上型眼動儀，僅 Muldner 與 Burlison（2015）採用眼鏡型，桌上型會限制實驗材料由螢幕呈現，而眼鏡型的資料品質與精準度還待技術改良。研究探討的歷程越需要精細的資料，例如關心閱讀到解題步驟的那一步，或是看到圖的那個特定的位置，就越需要取樣率高的眼動儀；若只粗略區分為文區或圖區，則可採用取樣率較低的眼動儀。就眼動指標的選擇而言，凝視時間（或次數）、圖文來回次數，以及圖文區凝視時間（次數）百分比是幾何眼動量化研究常用的指標，此外也可依據不同研究目的選擇反映特定心理意義的指標，例如眼跳距離反映的創造力（Muldner & Burlison, 2015）或前凝視次數所代表的版置易搜尋性（Molina et al., 2018）等。

Sinclair 等人（2016）提出幾何教育研究的七個重要議題，她們指出發展幾何學習與教學的理論是首要之務。為了掌握學習者的認知歷程作為理論的基礎，以往理論發展仰賴觀察、訪談，與測驗，如今眼動儀提供更細微的觀察資料，且訪談時以解題的眼動影片取代測驗的靜態紙本（Schindler & Lilienthal, 2019）更能激發個案反思其認知策略。此外，Sinclair 等人所提出的視覺空間推理（visuospatial reasoning）、連結圖形與姿勢（Embodiment，認知的具象化）、運用數位平台、證明歷程等的探討，眼動儀都可能對這些重要議題產生貢獻。

二、限制與突破

眼球追蹤技術使用在研究與應用上有許多優點，雖然目前受限於高昂的費用（軟硬體合計數十萬至兩三百萬台幣），以及操作與分析技術的門檻高（Lai et al., 2013），能運用的情況較少，但在科技演進之下此類限制必然逐漸解決。然而在幾何教育領域的研究與應用，尚待突破的至少有底下兩類限制：一是，眼動指標所反映的心理意義；二是，3D 與真實場景的眼球追蹤與分析。

眼動型態是整合多種內在歷程的外顯行為。雖然認知歷程會影響眼動，但眼動並不能一一對應特定的認知歷程（Kok & Jarodzka, 2017; Schindler & Lilienthal, 2019）。例如，有意願了解學習材料的凝視時間會比沒意願來得長，而閱讀難以理解時的凝視時間也會比沒有困難來得長，但是，有理解困難且沒意願的凝視時間可能會變短。所以，光從凝視時間的長短，難以確認閱讀理解狀況或閱讀意願。類似地，閱讀不同設計之版置的圖文來回次數，越多可能反映能促進圖文材料成功整合的正向效果，但也可能是整合圖文訊息有困難以致於不斷嘗試的指標

(Holsanova, Holmberg, & Holmqvist, 2009)。

為了解決眼動指標意義不明的問題，多數研究者會參考理論文獻以及運用三角校正 (Hyönä, 2010; Kok & Jarodzka, 2017)。學界累積的研究能逐步釐清眼動指標的心理意義，例如，閱讀是眼球追蹤研究歷史最悠久的領域，純文字的閱讀研究提供了許多與解碼或理解相關的眼動指標，多媒體學習的眼動研究就經常從純文字閱讀的文獻中借鏡。不同的認知活動適合運用的眼動指標可能不同，閱讀理解、問題解決、記憶、創造力、情緒動機等，應該分別參考不同的理論文獻，因此幾何眼動的研究者應先確認自己著力探討的內在歷程是什麼，參考類似主題的眼動文獻。由於眼動指標多達上百個，若將文獻上建議的指標都用上，可能造成統計分析的問題與詮釋結果的困擾。例如 Molina 等人 (2018) 透過文獻回顧鎖定了九個眼動指標，卻分就兩個年級進行實驗組與對照組的 t 考驗，致使全文有高達上百個獨立 t 考驗，有些考驗的結果看似彼此矛盾，讓資料解釋有太多主觀詮釋的空間；研究者宜留意，採用很多的眼動指標，對研究未必比較好。其次，從表一 15 篇文獻可以發現，絕大多數研究都同時運用了測驗，因為此一離線 (offline) 的評量資料，可以為線上 (online) 的眼動資料進行三角校正，例如釐清「長的凝視時間」是代表資料呈現清晰促使學生願意深入學習，還是呈現方式不佳造成學習的困難，這些可以佐證的資料包括線上活動當下的放聲思考、活動之後的測驗或訪談、先備知識、閱讀其它語文材料的眼動表現，以及學習者的各類資訊。

目前幾何眼動研究的材料絕大部分是由螢幕投影的平面幾何素材，即使涉及立體幾何學習的 Molina 等人 (2018) 的研究，也是透過螢幕以 $2\frac{1}{2}$ D 方式呈現長方體等形體。雖然有些眼動儀可以同時追蹤兩個眼球，但通常儀器只能選擇輸出其中一個眼球的資料或者兩個眼球資料的平均，此一忽略雙眼深度線索 (binocular depth cues) 的資料處理方式，只能提供眼睛注視點的平面推估。要延伸眼動研究到立體幾何，除了眼動儀硬體與軟體的發展之外，教育研究者嘗試探討立體幾何作業的認知歷程，並推敲眼動指標可能的心理意義，方能敦促眼動儀廠商發展深度知覺的處理技術。此種眼球追蹤資料的 3D 處理技術也與真實場景或虛擬實境的眼動分析有關，應該是未來急需突破的問題。

三、展望

首先，幾何教材或媒體設計的評估已見眼動研究，然而多半針對靜態教材 (陳琪瑤、吳昭容, 2012) 或介面的固定版置 (Schimpf & Spannagel, 2011)，15 篇文獻中僅 EMME 兩篇文獻處理了動態畫面的眼動資料。然而，現今的教學越來越多動態教材，未來數學科大量使用電子教科書也是時勢所趨。幾何動態教材該如何設計才能促進學習，是眼動研究非常可著力的研究領域。

其次，當眼動追蹤設備越來越平價之後，透過學生閱讀數學電子書時的眼動軌跡來診斷其學習歷程的好壞，並由系統跳出回饋或提供學習鷹架（如同 Biedert et al., 2010），這類由眼動啟動適性教學輔助是研究者可以投入的領域。

第三，幾何眼動研究未來宜增加 K 到 12 年級學生的研究，此種呼籲也見於多媒體眼動研究的系統性回顧論文（Alemdag & Cagiltay, 2018）。由於中小學學生與教師對配合基礎研究的意願較低，許多教育議題的眼動研究都以大學生為對象。然而，大學生的認知、後設認知，以及合作態度都與 K 到 12 年級的學生不同，研究發現不宜類推。當研究者熟練了實驗室的眼動研究、對現象的預測更有信心之後，理應離開大學的實驗室，進入幼稚園與中小學的校園中進行研究。

最後，未來值得開發教師觀點的幾何眼動研究。由於人們眼球移動並非都由意識控制，教師在教學互動中會看向哪裡？看多久？先後順序如何？常常非當事人所能自覺，而這些現象可以透過實景的眼動追蹤來探討。即使只用 2D 的眼動資料，師資生或教師如何閱讀教材、學生作業，以及觀看與學生互動的影片，都可以提供師培與專業成長的參考。

誌謝

感謝教育部高等教育深耕計畫下特色領域研究中心計畫之臺灣師範大學「學習科學跨國頂尖研究中心」，以及科技部「以眼動探討幾何閱讀歷程與發展閱讀技巧教學」（MOST 108-2511-H-003 -014 -MY3）的補助。

參考文獻

- *林宓雯、吳昭容（2016）。從眼動型態探討閱讀幾何文本的視覺化與推理歷程。**教育學刊**，47（2），41-77。doi: 10.3966/156335272016120047002 【Lin, T. W., & Wu, C. J. (2016). Examining eye movement to explore visualization and reasoning during the reading of geometric texts. *Educational Review*, 47(2), 41-77. doi: 10.3966/156335272016120047002 (in Chinese)】
- *陳琪瑤、吳昭容（2012）。幾何證明文本閱讀的眼動研究：圖文比重及圖示著色效果。**教育實踐與研究**，25（2），35-66。doi: 10.6776/JEPR.201212.0035 【Chen, C. Y., & Wu, C. J. (2012). Eye movements during geometry proof reading: Text contrasting with figure and the colored effects. *Journal of Educational Practice and Research*, 25(2), 35-66. doi: 10.6776/JEPR.201212.0035 (in Chinese)】
- 陳學志、彭淑玲、曾千芝、邱皓政（2008）。藉由眼動追蹤儀器探討平均掃視幅度大小與創造力之關係。**教育心理學報**，39（S），127-149。【Chen, H. C., Peng, S. L., Tseng, C. C., & Chiu, H. W. (2008). An exploratory study of the relation between the average saccade amplitude and creativity under the eyetracker mechanism. *Bulletin of Educational Psychology*, 39(S), 127-149. (in Chinese)】
- 陳學志、賴惠德、邱發忠（2010）。眼球追蹤技術在學習與教育上的應用。**教育科學研究期刊**，55（4），39-68。【Chen, H. C., Lai, H. D., & Chiu, F. C. (2010). Eye tracking technology for learning and education. *Journal of Research in Education Sciences*, 55(4), 39-68. (in Chinese)】

- 簡郁芬、吳昭容 (2012)。以眼動型態和閱讀測驗表現探討箭頭在科學圖文閱讀中的圖示效果。 *中華心理學刊*, 54(3), 385-402。doi: 10.6129/CJP.2012.5403.07【Jian, Y. C., & Wu, C. J. (2012). The effect of arrows in an illustration when reading scientific text: Evidence from eye movements and reading tests. *Chinese Journal of Psychology*, 54(3), 385-402. doi: 10.6129/CJP.2012.5403.07 (in Chinese)】
- Alemdag, E., & Cagiltay, K. (2018). A systematic review of eye tracking research on multimedia learning. *Computers and Education*, 125, 413-428. doi: 10.1016/j.compedu.2018.06.023
- *Alqassab, M., Strijbos, J. W., & Ufer, S. (2018). The impact of peer solution quality on peer-feedback provision on geometry proofs: Evidence from eye-movement analysis. *Learning and Instruction*, 58, 182-192. doi: 10.1016/j.learninstruc.2018.07.003
- Biedert, R., Buscher, G., & Dengel, A. (2010). The eyebook: Using eye tracking to enhance the reading experience. *Informatik-Spektrum*, 33(3), 272-281. doi: 10.1007/s00287-009-0381-2
- *Epelboim, J., & Suppes, P. (2001). A model of eye movements and visual working memory during problem solving in geometry. *Vision Research*, 41(12), 1561-1574. doi: 10.1016/S0042-6989(00)00256-X
- Gegenfurtner, A., Lehtinen, E., Jarodzka, H., & Säljö, R. (2017). Effects of eye movement modeling examples on adaptive expertise in medical image diagnosis. *Computers and Education*, 113, 212-225. doi: 10.1016/j.compedu.2017.06.001
- Hannus, M., & Hyönä, J. (1999). Utilization of illustrations during learning of science textbook passages among low- and high-ability children. *Contemporary Educational Psychology*, 24(2), 95-123. doi: 10.1006/ceps.1998.0987
- Hegarty, M., & Just, M. A. (1993). Constructing mental models of machines from text and diagrams. *Journal of Memory and Language*, 32(6), 717-742. doi: 10.1006/jmla.1993.1036
- Holsanova, J., Holmberg, N., & Holmqvist, K. (2009). Reading information graphics: The role of spatial contiguity and dual attentional guidance. *Applied Cognitive Psychology*, 23(9), 1215-1226. doi: 10.1002/acp.1525
- Hunt, T. E., Clark-Carter, D., & Sheffield, D. (2015). Exploring the relationship between mathematics anxiety and performance: An eye-tracking approach. *Applied Cognitive Psychology*, 29(2), 226-231. doi: 10.1002/acp.3099
- Hyönä, J. (2010). The use of eye movements in the study of multimedia learning. *Learning and Instruction*, 20(2), 172-176. doi: 10.1016/j.learninstruc.2009.02.013
- Hyönä, J., Lorch, R. F., & Rinck, M. (2003). Eye movement measures to study global text processing. In J. Hyönä, R. Radach, & H. Deubel (Eds.), *The mind's eye: Cognitive and applied aspects of eye movement research* (pp. 313-334). Amsterdam, The Netherlands: Elsevier Science. doi: 10.1016/B978-044451020-4/50018-9
- Inglis, M., & Alcock, L. (2012). Expert and novice approaches to reading mathematical proofs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(4), 358-390. doi: 10.5951/jresmetheduc.43.4.0358
- Jarodzka, H., van Gog, T., Dorr, M., Scheiter, K., & Gerjets, P. (2013). Learning to see: Guiding students' attention via a model's eye movements fosters learning. *Learning and Instruction*, 25, 62-70. doi: 10.1016/j.learninstruc.2012.11.004

- Jian, Y. C., & Wu, C. J. (2015). Using eye tracking to investigate semantic and spatial representations of scientific diagrams during text-diagram integration. *Journal of Science Education and Technology*, 24(1), 43-55. doi: 10.1007/s10956-014-9519-3
- Jian, Y. C., Wu, C. J., & Su, J. H. (2014). Learners' eye movements during construction of mechanical kinematic representations from static diagrams. *Learning and Instruction*, 32, 51-62. doi: 10.1016/j.learninstruc.2014.01.005
- Juhasz, B. J., & Rayner, K. (2003). Investigating the effects of a set of intercorrelated variables on eye fixation durations in reading. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 29(6), 1312-1318. doi: 10.1037/0278-7393.29.6.1312
- Just, M. A., & Carpenter, P. A. (1976). Eye fixations and cognitive processes. *Cognitive Psychology*, 8(4), 441-480. doi: 10.1016/0010-0285(76)90015-3
- Knoblich, G., Ohlsson, S., & Raney, G. E. (2001). An eye movement study of insight problem solving. *Memory and Cognition*, 29(7), 1000-1009. doi: 10.3758/BF03195762
- Kojima, T., Matsushima, E., Ohta, K., Toru, M., Han, Y. H., Shen, Y. C., ... Prilipko, L. (2001). Stability of exploratory eye movements as a marker of schizophrenia: A WHO multi-center study. *Schizophrenia Research*, 52(3), 203-213. doi: 10.1016/S0920-9964(00)00181-X
- Kok, E. M., & Jarodzka, H. (2017). Before your very eyes: The value and limitations of eye tracking in medical education. *Medical Education*, 51(1), 114-122. doi: 10.1111/medu.13066
- Lai, M. L., Tsai, M. J., Yang, F. Y., Hsu, C. Y., Liu, T. C., Lee, S. W. Y., ... Tsai, C. C. (2013). A review of using eye-tracking technology in exploring learning from 2000 to 2012. *Educational Research Review*, 10, 90-115. doi: 10.1016/j.edurev.2013.10.001
- *Lee, W. K., & Wu, C. J. (2018). Eye movements in integrating geometric text and figure: Scanpaths and given-new effects. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 16(4), 699-714. doi: 10.1007/s10763-016-9790-2
- Lilienthal, A. J., & Schindler, M. (2019). Current trends in eye tracking research in mathematics education: A PME literature review. *arXiv preprint arXiv:1904.12581*.
- *Lin, J. J. H., & Lin, S. S. J. (2014a). Cognitive load for configuration comprehension in computer-supported geometry problem solving: An eye movement perspective. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 12(3), 605-627. doi: 10.1007/s10763-013-9479-8
- *Lin, J. J. H., & Lin, S. S. J. (2014b). Tracking eye movements when solving geometry problems with handwriting devices. *Journal of Eye Movement Research*, 7(1), 1-15.
- *Lin, J. J. H., & Lin, S. S. J. (2018). Integrating eye trackers with handwriting tablets to discover difficulties of solving geometry problems. *British Journal of Educational Technology*, 49(1), 17-29. doi: 10.1111/bjet.12517
- *Molina, A. I., Navarro, Ó., Ortega, M., & Lacruz, M. (2018). Evaluating multimedia learning materials in primary education using eye tracking. *Computer Standards and Interfaces*, 59, 45-60. doi: 10.1016/j.csi.2018.02.004
- *Muldner, K., & Burleson, W. (2015). Utilizing sensor data to model students' creativity in a digital environment. *Computers in Human Behavior*, 42, 127-137. doi: 10.1016/j.chb.2013.10.060

- Nakano, Y. I., & Ishii, R. (2010). Estimating user's engagement from eye-gaze behaviors in human-agent conversations. In C. Rich, Q. Yang, M. Cavazza, & M. X. Zhou (Eds.), *Proceedings of the 15th international conference on Intelligent user interfaces* (pp. 139-148). New York, NY: ACM. doi: 10.1145/1719970.1719990
- Pierce, K., Marinero, S., Hazin, R., McKenna, B., Barnes, C. C., & Malige, A. (2016). Eye tracking reveals abnormal visual preference for geometric images as an early biomarker of an autism spectrum disorder subtype associated with increased symptom severity. *Biological psychiatry*, 79(8), 657-666. doi: 10.1016/j.biopsych.2015.03.032
- Rayner, K. (1998). Eye movements in reading and information processing: 20 years of research. *Psychological Bulletin*, 124(3), 372-422. doi: 10.1037//0033-2909.124.3.372
- Rayner, K. (2009). Eye movements and attention in reading, scene perception, and visual search. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 62(8), 1457-1506. doi: 10.1080/17470210902816461
- Rayner, K., & Liversedge, S. P. (2011). Linguistic and cognitive influences on eye movements during reading. In S. P. Liversedge, I. D. Gilchrist, & S. Everling (Eds.), *The Oxford handbook on eye movements* (pp. 751-766). New York, NY: Oxford University Press. doi: 10.1093/oxfordhb/9780199539789.013.0041
- *Schimpf, F., & Spannagel, C. (2011). Reducing the graphical user interface of a dynamic geometry system. *ZDM Mathematics Education*, 43(3), 389-397. doi: 10.1007/s11858-011-0325-6
- Schindler, M., & Lilienthal, A. (2018). Eye-tracking for studying mathematical difficulties: Also in inclusive settings. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 115-122). Umeå, Sweden: PME.
- *Schindler, M., & Lilienthal, A. J. (2019). Domain-specific interpretation of eye tracking data: Towards a refined use of the eye-mind hypothesis for the field of geometry. *Educational Studies in Mathematics*, 101(1), 123-139. doi: 10.1007/s10649-019-9878-z
- Sharma, A., & Abrol, P. (2013). Eye gaze techniques for human computer interaction: A research survey. *International Journal of Computer Applications*, 71(9), 18-29. doi: 10.5120/12386-8738
- Sinclair, N., Bartolini Bussi, M. G., de Villiers, M., Jones, K., Kortenkamp, U., Leung, A., & Owens, K. (2016). Recent research on geometry education: An ICME-13 survey team report. *ZDM Mathematics Education*, 48(5), 691-719. doi: 10.1007/s11858-016-0796-6
- Toerner, G., & Arzarello, F. (2012). Grading mathematics education research journals. *Newsletter of European Mathematical Society*, 86, 52-54.
- van Gog, T., Paas, F., van Merriënboer, J. J., & Witte, P. (2005). Uncovering the problem-solving process: Cued retrospective reporting versus concurrent and retrospective reporting. *Journal of Experimental Psychology: Applied*, 11(4), 237-244. doi: 10.1037/1076-898X.11.4.237
- van Gog, T., & Scheiter, K. (2010). Eye tracking as a tool to study and enhance multimedia learning. *Learning and Instruction*, 20(2), 95-99. doi: 10.1016/j.learninstruc.2009.02.009

- *van Marlen, T., van Wermeskerken, M., Jarodzka, H., & van Gog, T. (2016). Showing a model's eye movements in examples does not improve learning of problem-solving tasks. *Computers in Human Behavior*, *65*, 448-459. doi: 10.1016/j.chb.2016.08.041
- *van Marlen, T., van Wermeskerken, M., Jarodzka, H., & van Gog, T. (2018). Effectiveness of eye movement modeling examples in problem solving: The role of verbal ambiguity and prior knowledge. *Learning and Instruction*, *58*, 274-283. doi: 10.1016/j.learninstruc.2018.07.005
- *Verdine, B. N., Bungler, A., Athanasopoulou, A., Golinkoff, R. M., & Hirsh-Pasek, K. (2017). Shape up: An eye-tracking study of preschoolers' shape name processing and spatial development. *Developmental Psychology*, *53*(10), 1869-1880. doi: 10.1037/dev0000384
- Wu, C. J. (2018). Eye movements as reflections of cognitive processes in mathematics. In F. J. Hsieh (Eds.), *Proceedings of the 8th ICMI-East Asia Regional Conference on Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 188-196). Taipei, Taiwan: EARCOME.
- Yen, M. H., & Yang, F. Y. (2016). Methodology and application of eye-tracking techniques in science education. In M. H. Chiu (Ed.), *Science education research and practices in Taiwan* (pp. 249-277). Singapore: Springer. doi: 10.1007/978-981-287-472-6_13