

從眼動型態探討閱讀幾何文本的視覺化與推理歷程

林案雯、吳昭容*

中文摘要

幾何文本富含空間表徵與推理，本文藉由比較不同類型幾何文本的眼動型態來探討幾何閱讀，尤其是 Duval 所揭示的視覺化與推理歷程。本研究的有效樣本為 50 位大學生，每名受試者閱讀 9 題幾何敘述及 2 題幾何證明，其中幾何證明分成已知求證、示範證明兩部分分析，三者的推理成分依序由低而高。結果發現：幾何敘述、已知求證、示範證明之讀圖凝視時間佔總凝視時間比率分別為.36、.41 和.51，示範證明的讀圖比率顯著較高，顯現文本差異影響讀者仰賴圖的程度。幾何閱讀的總凝視時間劃分成初始理解與回視兩階段，由三類文本兩階段的時間比率與各興趣區域（AOI）凝視時間等資料，推論初始理解階段與視覺化的關係較密切，而回視則與推理較有關。最後，以馬可夫轉移機率分析眼動軌跡發現，幾何符號是指引成人讀者到圖參照的線索，尤其是文本主體的幾何符號有高比率參照圖的型態。相對而言，讀者讀到一般文字、幾何名詞，以及背景脈絡出現的幾何符號，則傾向繼續閱讀下文，而較少有到圖參照的眼動型態。

關鍵詞：初始理解、回視、眼動型態、幾何文本、閱讀理解

誌謝

本研究承蒙科技部對通訊作者的研究補助，計畫編號：NSC 102-2511-S-003-020-MY3，特此致謝。

*為本文通訊作者。E-mail: cjwu@ntnu.edu.tw

Using eye movements to explore visualization and reasoning during the reading of geometric text

Tsai-Wen Lin Chao-Jung Wu*

Abstract

Geometric texts carry rich spatial information and arguments. This study examined the eye movement of adults reading different types of geometric text to explore Duval's model of visualization and reasoning. A total of 50 participants were requested to read two geometry proof items and nine geometric description items. Eye movements during proof reading were categorized into "given," "prove," and "proof examples." Three types of geometric text comprised different proportions of reasoning components. Answers to the question of to what extent reasoning elements are involved in the three types of geometric text were ranked in the following order: "geometric description," "given and prove," and "proof example." First, we found that the total fixation duration ratios of the figure for these three types of geometric text were 36%, 41%, and 51%, respectively. The ratio of proof examples was significantly higher than that of the other two types of geometric text, indicating that the extent to which readers rely on figures when reading geometric texts is influenced by differences between the three types of geometric text. Second, according to the total fixation time, the process of reading comprehension for a geometric text can be divided into two phases: initial comprehension and rereading. As indicated from the reading time ratios and average reading time for areas of interest (AOIs), we observed that initial comprehension could be related to Duval's visualization, and that rereading could be related to Duval's reasoning. Finally, based on an analysis of the Markov transition matrix, geometric symbols—particularly keynote geometric symbols—were regarded as clues that guide the reader from the text to the figures; however, word description, geometric terms, and geometric symbols embedded in the background were proven to direct readers to move onto subsequent AOIs in the text, but rarely onto figures.

Key words: initial comprehension, re-reading, eye movement, geometric text, reading comprehension

* Corresponding author. E-mail: cjwu@ntnu.edu.tw

壹、緒論

閱讀是重要的學習途徑，學習幾何證明往往始於閱讀與仿做已經完成的證明。閱讀幾何證明涉及圖文解碼、圖文整合、閱讀理解、邏輯推論等認知活動，學生閱讀理解幾何證明有相當的難度，而探討幾何證明閱讀的理論與實徵研究將有助於對這類特殊文本閱讀歷程的瞭解與教學。現有的文獻包括探究閱讀幾何證明的認知成份特徵 (Heinze, Cheng, Ufer, Lin, & Reiss, 2008; Lin & Yang, 2007)、錯誤解讀幾何證明的類型 (Yang, Lin, & Wang, 2008)，或者探討不同數學能力或不同閱讀理解能力受試者在幾何證明閱讀理解表現上的差異 (左台益等, 2011) 等議題。

過去評量幾何證明的閱讀理解常採測驗 (左台益等, 2011; Yang et al., 2008)，對於幾何證明閱讀理解的歷程也是以測驗、訪談、自陳報告等方式加以推論。然而，細緻的認知歷程經常無法單以最終的測驗結果展示，也未必為個體所能覺知而加以報告。本研究透過眼動追蹤技術分析受試者閱讀時的眼動型態，以探究閱讀幾何文本時圖文整合的認知歷程。另一方面，以往幾何證明閱讀理解的研究多以 Duval (1995, 1998) 所提出的幾何證明閱讀理解為理論基礎，但對於該理論中所提及的視覺化與推理歷程的探討，並無直接的實徵資料加以佐證和闡釋。因此，本文將透過眼動資料的分析，探討幾何證明閱讀歷程中的視覺化及推理活動。

幾何閱讀的眼動文獻不多 (陳琪瑤、吳昭容, 2012; Epelboim & Suppes, 2001; Lin, Wu, & Sommers, 2012)，其中，陳琪瑤與吳昭容 (2012) 以大學生的眼動資料指出，幾何證明讀圖凝視時間約占總時間的 50%，遠高於科學文本或廣告等圖文閱讀的 20-30% (簡郁芬、吳昭容, 2012; Rayner, Rotello, Stewart, Keir, & Duffy, 2001)，顯示幾何圖形之於幾何證明閱讀的重要性。此外，該研究亦將幾何證明的凝視時間畫分為初始理解 (initial comprehension) 與回視 (re-reading) 兩階段，以對應 Duval (1998) 所提出的視覺化 (visualization) 與推理 (reasoning) 兩個認知活動。其研究結果顯示幾何圖形著色可降低初始理解時間，卻不影響回視時間，初步驗證初始理解與視覺化歷程的關係。

本研究比較不同類型幾何文本的不同眼動指標，用來探究幾何閱讀中視覺化與推理的認知成分。參考陳琪瑤與吳昭容 (2012) 的發現，本研究除了以幾何證明為閱讀材料外，也採用了單純描述幾何圖形的幾何敘述，使得不同文本之閱讀任務中視覺化與推理的比重有所不同，據此對照各種眼動指標以及閱讀軌跡。所謂的「幾何敘述」，意指描述一個幾何物件之結構的語句，例如「 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} > \overline{AC}$ ， \overline{PQ} 為 \overline{BC} 的中垂線，連結 \overline{CP} 。」包括了 $\triangle ABC$ 這個幾何物件，描述 \overline{AB} 和 \overline{AC} 的長度關係，以及 \overline{PQ} 在 $\triangle ABC$ 這個脈絡中的角色，並透過連結兩點而新增一個幾何元件 \overline{CP} 。幾何敘述句廣泛出現在各類幾何文本中，是建構幾何任務的基本材料。不論是闡釋幾何概念、依據定義推論幾何性質、說明幾何作圖的步驟，抑或幾何證明、幾何文字題，多數的幾何文本都包含了上述的敘述句。例如幾何文字題解題，題目中會先以幾何敘述句架構出問題脈絡，接著提供已知的數量訊息，最後提出求解的問句。而幾何示範證明，通常在題目部分以及示範證明部分也都有幾何敘述句，用來作為求證的已知條件或者論證的基礎。由於幾何證明的認知歷程是本文的重點，而證明的題目，也就是「已知、求證」，在型態與任務上介於「幾何敘述」與「示範證明」兩類文本之間；已知求證的推理成分比幾何敘述多了一些，但不及示範證明。因此，本文將以幾何敘述、證明的已知求證，和示範證明三類文本進行比較。此外，圖形在幾何文本中的角色相當關鍵，且視覺化歷程是本文關注的焦點之一，所以前述三種文本都附有幾何圖形。

本研究透過比較不同類型幾何文本的眼動資料，尤其以圖凝視時間佔總時間的百分比、初始理解與回視兩階段在不同文本的比率，以及各分析區塊的凝視時間等資料，來對應視覺化和推理的認知成分。故，本文研究問題為：一、幾何圖形之於幾何文本閱讀

理解的重要性為何？不同類型幾何文本的讀圖情形有何差異？二、幾何文本閱讀的初始理解和回視階段之主要認知歷程為何？三、不同類型幾何文本的閱讀軌跡有何異同？

一、幾何證明閱讀理解的理論

幾何證明的理解需同時整合文字、數字、數學符號與圖形，因此理解幾何證明需要高度的認知能力 (Duval, 1998)。Duval (1995) 指出幾何圖形的閱讀理解認知成份包含：知覺理解 (perceptual comprehension)，是辨識幾何圖形的歷程；序列理解 (sequential comprehension)，則是用來建構圖形或描述圖形；論述理解 (discursive comprehension)，指個體進一步依據文字、陳述來說明對幾何圖形的理解或推理的認知歷程；操作理解 (operative comprehension)，兼具心智運作與實際的操作，以產生頓悟性的問題解決，藉此對圖形重新建構，增加對解題的洞察力。

Duval (1998) 接著提出幾何證明推理的三個認知歷程，包括視覺化、建構 (construction) 以及推理。視覺化，是與空間表徵相關的認知歷程，目的在於對空間表徵進行概要性 (synoptic) 的處理，以內在空間表徵來呈現對幾何物件的理解；建構，則是實際運用工具描繪所觀察的物件，完成具結構性的圖；推理，即用來進行說明、延伸知識、證明等認知活動的推論歷程，可分為：微觀 (micro-) 層次，是指能夠辨別前提和結論的命題；局部 (local) 層次，組織相關命題，如：前提、前結論等；整體 (global) 層次，將證明步驟連於結論。

本研究的幾何文本閱讀的認知歷程著眼在 Duval 所說的視覺化和推理活動，因為閱讀幾何示範證明，讀者無須實際運用工具建構幾何圖形，故與建構歷程較無關聯。視覺化強調表徵系統的辨識、對應和轉換，並且組織物件所傳遞的訊息，用以建構幾何心像與整合圖文訊息，最後產生內在的心智表徵與概念。由於視覺化歷程即在於形成元素之空間關係的內在表徵，外在表徵中的圖形較文字更能有效地提供空間關係，我們預期視覺化歷程會有較高比率讀圖的眼動行為。推理則重在命題之間的組織、辨別和連結，使先後呈現的命題能在邏輯上環環相扣，終能達成證明步驟與結論緊密連結的目標。因為命題間的邏輯組織一則閱讀的認知負荷高，再則各命題中對應元件的串連甚為重要，預期推理歷程會有較多語句的回視。

二、幾何證明閱讀理解的相關研究

Yang、Lin 與 Wang (2008) 以 153 位九年級的學生為研究對象，討論幾何證明不同寫法、不同複雜度，以及不同理解問題，對於受試者幾何證明文本閱讀理解的效果。不同寫法操弄幾何證明文本的編排方式，包含左右欄位和逐行敘寫兩種。前者分兩欄條列幾何性質證明的結論 (左) 和理由 (右)；後者內容有兩種，一是先呈現含有前提與結論的條件式命題，接著呈現該命題的證明，另一則是先逐步寫出證明，最後呈現證明後所得出的命題。不同複雜度則是指包含三個證明步驟的不熟悉命題和十個證明步驟的熟悉命題。測驗工具則是依據 Duval 的微觀、局部和整體推理層次設計而成，採用答對率分析受試者在上述實驗操弄後的幾何證明理解狀況。研究結果發現編排方式沒有主要效果及任何交互作用，而複雜度和不同理解問題間有交互作用，單純主要效果在不同複雜度的局部理解層次，以及不同理解問題於不同複雜度的差異。即閱讀三證明步驟的不熟悉命題時，局部理解比較容易；閱讀證明步驟的熟悉命題時，則是整體理解較為簡單。

左台益等 (2011) 以 49 位中學數學教師和 66 位八年級學生為研究對象，比較專家與生手閱讀有無分段的幾何證明文本之認知負荷與閱讀理解，亦即探討版本和不同背景知識對認知負荷與閱讀理解之交互作用。該研究採用「平行線截比例線段」為幾何證明的主題，實驗組閱讀的是將複雜的證明內容分段呈現之版本，控制組則是閱讀未分段的版本。測量部分則使用幾何證明閱讀理解感受量表來測量受試者閱讀歷程所產生的認知負荷，閱讀理解測驗採用 Duval 對推理組織層次的觀點，針對微觀、局部和整體等層次

設計問題，依據答題內容符合推理組織層次的程度，採部分計分方式。研究結果顯示，對專家與對生手而言，證明文本以分段方式呈現，有助於提高其閱讀意願以及降低其閱讀證明時的困難度和所花費的心力，但文本操弄未在閱讀理解上產生顯著差異。

陳琪瑤與吳昭容(2012)以31位大學生為研究對象，分析其眼動資料與回憶測驗表現，探討幾何證明閱讀理解的圖文比重及圖示著色效果。實驗材料選自國中教材的幾何證明內容，包含SAS性質、圓外角性質等四道證明題。每題材料是一頁題目(已知、求證及圖)與一頁加了示範證明的完整文本。題目附圖皆未有著色，示範證明的附圖則分為有、無著色兩種類型，附圖著色部分是文本證明步驟中有對等關係的相對位置，例如：相對於證明步驟 $\angle 3 = \angle 4$ ，圖上此二同弧所對之圓周角即著有相同顏色。閱讀後，以幾何證明的回憶測驗測量受試者的閱讀理解。研究結果在眼動資料上雖然呈現著色效果，但圖示有無著色對於回憶測驗的表現並無顯著影響。

上述幾何證明的研究，其閱讀理解測驗表現均未呈現操弄文本的實驗效果，而在眼動資料上卻能產生文本操弄的差異，此一測驗結果與眼動資料的分離現象，顯示測驗無法敏銳地反映實驗操弄的效果。究其原因，可能在於閱讀通常不限時，即使文本確實存在理解難度上的差異，個體也可以反覆閱讀，以較長的閱讀時間來彌補理解困難，以致閱讀理解正確率無法敏感反應閱讀難度。因此，採用能反映個體閱讀理解歷程的評量方法，便顯得重要。

三、閱讀理解的眼動指標

閱讀理解的研究可以透過個體在閱讀文本時的眼動行為來反映其理解歷程(Drieghe, Rayner, & Pollatsek, 2005; Juhasz & Rayner, 2003; Williams & Morris, 2004)。眼動資料分析之前必須設定分析的區域，稱為興趣區域(area of interest, 後簡稱AOI)，意指研究者根據文獻或理論，選取刺激材料中所欲觀察的區域(陳學志、賴惠德、邱發忠, 2010)。不同的研究基於研究問題、實驗材料(如文本類型、所使用的語言)等差異，其切割分析AOI的單位和大小不一。整體而論，以「詞」為AOI的眼動研究，所探討的議題傾向語意觸接、語詞間意義的連結等；採用「句子」為AOI者，則大多旨在討論整體篇章的閱讀理解。例如：Drieghe、Rayner與Pollatsek(2005)以英文字為AOI單位，分析目標字(target word)在不同閱讀理解階段之眼動指標上的差異；柯華葳、陳明蕾與廖家寧(2005)以中文詞為AOI，探討不同中文文體、詞頻、詞彙類型與眼球運動型態之間的關係。而在數學文本的眼動研究中，Epelboim與Suppes(2001)則是以幾何量文字題的句子為分析單位，推論解題歷程中的視覺工作記憶量。

眼動指標可粗略區分為時間性與空間性兩種。凝視時間(fixation duration)是典型的計算時間方式，主要包括總凝視時間(total fixation duration, 簡稱TFD)、第一次凝視時間(first fixation duration, 簡稱FFD)、回視總凝視時間(regressive gaze duration, 簡稱RGD)；涉及凝視點間的距離或者AOI之間的移動，則屬於空間性的眼動指標，例如跳視距離(saccade length)、跳讀率(skipping rate)、回視次數(counts of regression)等。

本研究採用的眼動指標為時間性的凝視時間，是指注視焦點停留在某個AOI的時間，其時間的長短通常反映讀者在文本中搜尋訊息和理解的難度。依據凝視的時間特性可細分為是第一次經過(first-pass)或第二次(含)之後回來(second-pass)該目標區域。在純文本的閱讀歷程中，若為第一次經過，意指從AOI的開端順著書寫方向閱讀而停留在某目標區域，且進到該目標區域前，未曾讀過該目標區域之後的部分(蔡介立、顏妙璇、汪勁安, 2005)，其時間可用來解釋字詞辨識(word recognition)，以初步瞭解字詞意義的歷程(Juhasz & Rayner, 2003; Williams & Morris, 2004)，也常被稱為解碼(decoding)。而反映解碼的眼動指標常採第一次凝視時間(FFD)或第一連續凝視總時間(first gaze duration, 簡稱FGD)。FFD指進入AOI之第一個凝視點的停留時間，FGD則是第一次

進入某個 AOI 到離開前的總凝視時間。而第二次（含）之後回到曾經經過的 AOI 之閱讀型態，稱為回視（regression）。回視涉及較高階的理解歷程，反映個體透過重新閱讀某些較為重要或較不理解的 AOI（Rayner, 1998），以整合或重新解釋語句的意義。反映理解的常用指標是回視總凝視時間，意指後續回至 AOI 的凝視時間總和。Kliegl、Grabner、Rolf 與 Engbert（2004）採用第一次經過的和第二次回來的多個相關眼動指標，探討字長（length）、字頻（frequency）與字詞在文章脈絡下的可預測性（predictability）等因素對個體閱讀理解歷程的影響。他們的研究結果發現：第一次經過的相關指標受到字長（length）、字頻（frequency）與字詞可預測性的影響，其中字頻和可預測性越高，其凝視時間較短，然字越長則增加凝視時間；而第二次回視的指標則受到字詞在文章脈絡下的可預測性之影響，同樣地，可預測性越高的字，其回視的凝視時間越短。目前有關解碼與理解分別對應到第一次經過和第二次回來的眼動指標，已大致獲得共識。

圖文整合眼動研究相對於純文來得少，圖區 AOI 劃分方式在學界欠缺共識，而資料呈現則多半會採用能凸顯圖文並置特性的眼動指標，例如跳視距離、文到圖（或圖到文）眼跳次數（number of saccades from text to diagram）、讀圖凝視時間佔總時間的比率（proportion of fixations on diagram）。雖然圖形區域的跳視距離會隨作業特性而異，一般而言，圖形區的跳視距離通常比文字來得大，例如：風景圖的跳視距離大約 4-5 度視角（Rayner, 2009），而科學圖則大約 3 度視角（Jian, Wu, & Su, 2014）。大多數的圖文整合眼動研究發現，圖文並置的文本，如科學圖文、廣告等，成人讀圖比率佔總閱讀時間比率約 20-30%（簡郁芬、吳昭容，2012; Jian & Wu, 2015; Schmidt-Weigand, Kohnert, & Glowalla, 2010; Rayner et al., 2001），顯示個體即使需要對照圖文間的訊息，但大多數的時間仍以讀文為主，特別是兒童在科學圖文並置文本的讀圖比率更只有 6%（Hannus & Hyönä, 1999）。換言之，不論是成人或兒童，在閱讀科學圖文並置的文本時，個體花在處理圖形訊息的時間有限。

四、幾何文本的眼動研究

幾何文本的眼動研究相當有限，但都一致指出圖形在幾何作業上的重要性。Epelboim 與 Suppes（2001）發展一套幾何推理引擎理論，分析三名成人（兩名專家與一位生手）解決幾何量文字題的眼動資料與放聲思考內容，用以估計受試者的視覺工作記憶。Epelboim 與 Suppes 認為幾何解題中的表徵建構，會受到視覺工作記憶的限制與材料本身複雜性的影響。個體會遺忘某些幾何圖形的內容，所以必須不斷回到圖中尋找相關的訊息，以維持先前所建構的心智表徵，因此呈現圖文間來回移動的眼動行為。他們的發現凸顯了幾何圖形對於幾何文本閱讀歷程之重要性。

Lin 與 Lin（2014）以 58 名 11 年級的學生進行幾何量文字題解題的眼動研究。作業是五題相似三角形邊長求解問題，圖上兩個相似三角形有不同的空間關係，預期會產生不同的難度。該研究的特色是將手寫版的畫面整合在呈現題目的螢幕上，所以眼動儀追蹤到的包括落在題目區、圖區，和解題區的眼動資料。題目區呈現的語句不長，例如「已知 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ ，求 \overline{BC} 長？」，圖形除了幾何符號、數據，在待求的線段上也標有「？」。作者透過比較成功解題者與不成功者的眼動資料與認知負荷感受提出可區辨成功者與不成功者的眼動指標。我們從該文獻所提供的描述統計資料（Lin & Lin, 2014, p. 10, Table 2）發現，各題題目區的總凝視時間（total dwell time）都很短，僅 0.5-1.7 秒，解題區則穩定地較長，總凝視時間範圍為 20-34 秒；但這兩區的總凝視時間長短並未隨受試者對題目主觀難度而有變化。至於圖區的凝視時間則較長且各題變化明顯，總凝視時間範圍在 15-59 秒之間，且受試者主觀難度最低的第一題，圖區總凝視時間 16 秒，最難的第五題為 59 秒。上述資料顯示，題目的文字內容和難度並未影響受試者閱讀題目區的眼動型態，受試者是以凝視圖形來理解題意以及進行解題規劃。

如同前文的回顧，陳琪瑤與吳昭容（2012）以 31 位大學生的眼動資料分析圖文比重

及圖示著色效果。該研究指出閱讀幾何證明的讀圖時間比率約為 50%，說明了閱讀幾何證明十分仰賴圖。為分析圖示著色效果，該文將對應了著色圖區的命題(例如 $\overline{AB} = \overline{AD}$) 畫為 AOI，並將各 AOI 的凝視時間劃分成初始理解和回視兩階段，概念上借用純文眼動指標的 FGD 和 RGD，只是初始理解時間不僅包含文區該特定 AOI 的第一連續凝視時間，而且包含由此 AOI 前往到圖區的凝視時間總和，以同時包含讀文與對應之圖區的凝視時間來代表編碼特定幾何詞彙所需的時間。回視時間亦同，除了第二次(含之後)進入文區特定 AOI 的凝視總時間之外，也包含之後對應的讀圖時間。研究結果顯示：圖示著色縮減第一次進到該命題的時間，也就是初始理解階段，而未影響該命題的回視時間。換句話說，圖示著色影響的是幾何證明閱讀理解的視覺化歷程。因此該研究推論初始理解階段的認知活動主要對應至 Duval 幾何推理理解的視覺化歷程。

綜合以上文獻回顧，圖形在幾何證明閱讀理解中的角色不同於其他圖文整合的文本。但是不同類型的幾何文本，其文本型態與論述脈絡不同，幾何圖形在這些不同的幾何文本閱讀歷程是否同等重要？以描述幾何物件之結構為主的幾何敘述，是組成出各種幾何文本的基本句型，讀者閱讀這類以描述幾何結構為主的文本，到底會比幾何證明看圖看得更多？還是更少？此即研究問題一。

陳琪瑤和吳昭容(2012)的研究結果已初步指出，幾何證明的初始理解階段主要與視覺化歷程有關。本研究擬透過比較不同認知要求的幾何文本眼動型態，再次確認初始理解階段的認知特性，同時也探討回視階段所涉及的認知歷程。此即研究問題二。

幾何閱讀的眼動研究非常有限，對於讀者的閱讀軌跡通常也僅有個案式的文字描述(Epelboim & Suppes, 2001)。幾何圖形在幾何閱讀中的角色相當關鍵，但讀者到底讀到文本的何處會參照幾何圖，有無量化的指標得以反映讀者閱讀軌跡的傾向？且不同類型的幾何文本有何異同？此即研究問題三。

貳、研究方法

一、研究對象

本研究以 65 位非數學背景的大學生為研究對象，最後眼動資料的有效樣本為 50 位。

二、實驗材料

本研究的實驗材料包含兩題幾何證明、9 題幾何敘述，及其搭配的是非題。兩題證明是三角形 SAS 性質(兩個三角形的兩邊和它們的夾角對應相等)的應用(見圖 1 左)與圓內幕性質(\overline{AC} 與 \overline{BD} 為圓的兩條弦，它們相交於圓內一點 P, $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$)的證明。證明文本的內容包括已知、求證、附圖，以及示範證明。兩題所提供的文字符號量相近，已知與求證各 1 行，示範證明分別為 8 與 6 行。幾何敘述則是二至三行的幾何圖形的描述與對應的圖形(其一例見圖 1 右)。本研究因考量幾何證明的認知負荷過重，因而只採用兩題為實驗材料；然而，幾何敘述的題數雖然較多，但是題目長度也相對較短，因此納入較多題數的幾何敘述。整體而言，幾何證明與幾何敘述文本的 AOI (定義方式見後文)總數相近，前者為 135 個，後者則為 147 個。

上述兩種材料都選自國中數學教科書，並諮詢數學教育教授修正文本內容。文本版置仿照一般教科書，皆為文在左、圖在右。每一題證明題和幾何敘述，均各搭配一題是非題，主要目的在提高受試者認真閱讀的動機，而不作為閱讀理解的指標。

【已知】以 $\triangle ABC$ 的兩邊 \overline{AB} 、 \overline{AC} 為邊作正方形 $ABGF$ 、 $ACDE$

【求證】 $\triangle AFC \cong \triangle ABE$

【證明】

在 $\triangle AFC$ 與 $\triangle ABE$ 中

$$\overline{AF} = \overline{AB}$$

$$\overline{AC} = \overline{AE}$$

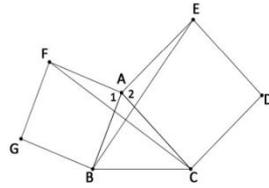
$$\text{且 } \angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$$

$$\text{故 } \angle FAC = \angle BAC + \angle 1$$

$$= \angle BAC + \angle 2$$

$$= \angle BAE$$

所以 $\triangle AFC \cong \triangle ABE$



$\triangle ABC$ 中 $\overline{AB} > \overline{AC}$ ，

在 \overline{BC} 上作中垂線 \overline{PQ} ，連接 \overline{CP}

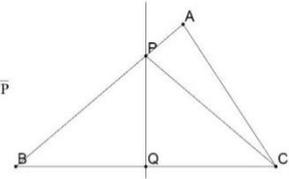


圖 1 本研究實驗材料範例圖

三、研究工具

本研究使用眼球追蹤系統 Eyelink 1000，取樣率為 1000Hz。以下巴架固定受試者頭部，使其盡量不移動。呈現實驗材料的螢幕是 19 吋的 LCD，解析度設定為 1024*768 個像素 (pixels)。螢幕距離受試者約 65 公分。

四、實驗程序

本研究採個別施測，受試者須先了解指導語，並閱讀例子與練習是非題答題的操作，之後進行眼球追蹤的 13 點校正，校正成功後方能進入正式實驗。

正式實驗先呈現幾何證明題，再呈現幾何敘述。兩題幾何證明題以隨機順序呈現，受試者讀完後按鍵，下一頁為搭配的一題是非題，此時原畫面的示範證明消失並代換成是非題，但保留已知、求證與附圖，作為受試者答題的依據。接著，以隨機順序呈現 9 題幾何敘述，每題之後的下一頁，原畫面的文字部分消失，出現一題是非題，但仍保留附圖。

每篇文本出現前，為維持眼動追蹤的精準度，還會再單點校正，成功後螢幕才會出現文本。閱讀時間依照一般閱讀研究的慣例，由受試者自行決定。

五、資料處理

(一) 資料刪除與篩選

本研究採兩階段篩選受試者。第一階段運用「盒鬚圖」，以題為單位，將凝視總時間離盒端 (四分位數 Q1 與 Q3) 超過 1.5 倍盒長的界外值刪除，共計刪除 4 筆；以及刪除因眼動儀數位訊號傳輸不良所造成的無凝視點資料，共刪除 3 筆。第二階段則參照眼動軌跡，逐筆檢視所切割區塊的凝視點分布，刪除軌跡偏移嚴重的資料，共刪除 8 筆。65 名受試者若有任一題資料不能使用，則刪除該受試者，最後有效樣本有 50 名，以這 50 名受試者兩題證明與 9 題幾何敘述的眼動資料，作為正式研究分析之用。

本研究除依一般眼動研究文獻 (柯華葳等, 2005; Rayner, 1998) 的程序，刪除 100 毫秒以下的凝視點資料，亦以人工逐筆分析方式刪除無效凝視點。所謂無效凝視點，指的是文本呈現後從注視焦點移動到文首或者圖區之前的凝視點，本研究認為此階段的數個凝視點並無閱讀的意圖，故刪除之。

(二) 歷程階段分析

文區部分的 AOI 畫法，依慣例採用長方形。其切割 AOI 的原則，在一般文字部分採用詞為單位，以中研院 CKIP 中文斷詞系統的結果為依據；數學相關名詞語符號的切

割則由一名數學教育領域的教授協助確定，幾何名詞如「正方形」、「中垂線」各為一個單位，運算符號如「=」、「+」也各為一個單位，幾何符號「 \triangle 」、「 \angle 」、「 \overline{AC} 」、「 AFC 」則以能切割的最小單位作為 AOI。

圖區部分的 AOI 畫法，因前導研究發現，受試者在圖上的凝視位置常集中在「點」（標有英文字母）附近，故先以點為中心，用圓滑曲線圈畫出卵形範圍，使所圈選的範圍能涵蓋最多的凝視點，再將圖區的多個卵形區域合併成一個大的 AOI，如圖 2 所示。

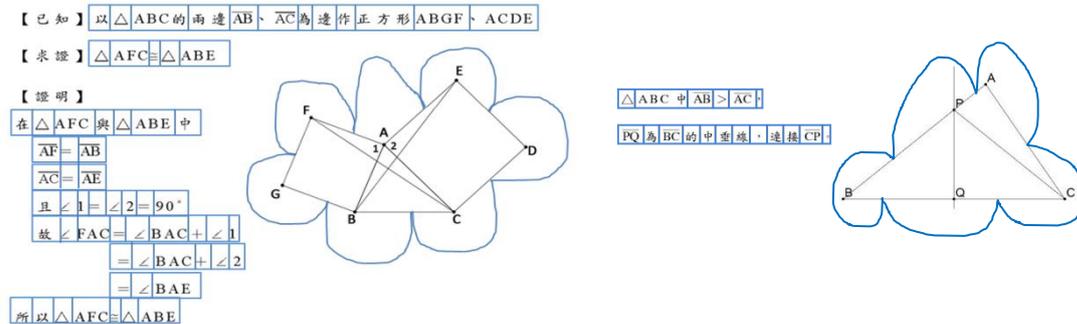


圖 2 本研究 AOI 的劃分方式

本研究先以文區每一個 AOI 為分析區，依據凝視點進出 AOI 的順序將閱讀歷程分為初始理解與回視兩階段。初始理解是指受試者凝視點首次進到分析區，包含在該 AOI 與圖來回的所有凝視點，直至前往文區其他 AOI 為止。且不論凝視點在圖文間來回凝視幾次，只要未前往文區的其他 AOI，都屬該 AOI 的初始理解階段。回視指的是，當凝視點離開該 AOI 前往其他 AOI 之後，又再返回 AOI 區的后續各點，皆屬於該 AOI 的回視階段，同樣地，此一階段也包含該文區 AOI 與圖來回的凝視點。最後，整體計算所有 AOI 在初始與回視兩階段的連續凝視總時間。圖 3 為兩閱讀理解階段的示意圖，以「AFC」為標的 AOI。

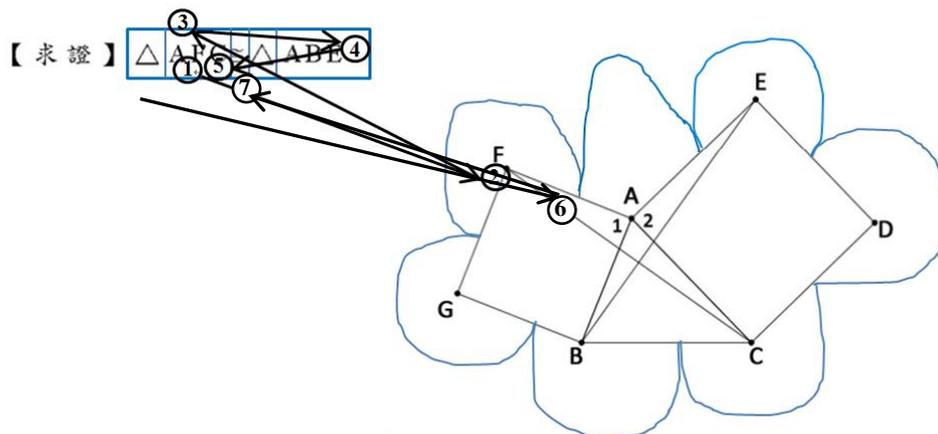


圖 3 兩閱讀理解階段歷程分析示意圖

依據前文切割 AOI 的方式，圖 3 文區各個方框是本示意圖的 AOI，數字圓圈為受試者閱讀的凝視點順序。以「AFC」為標的 AOI，其初始理解時間是累加點 1 至 3 的凝視時間，回視時間則是累加點 5 和點 6。當凝視點進入 AFC 這個 AOI 開始，包含後續在此一 AOI 與圖來回的凝視點（含點 1~3），為該 AOI 的初始理解時間。之後離開前往其它 AOI（ABE，點 4）後，若再返回「AFC」，則為標的 AOI 的回視時間，包括其間參

照圖的凝視點也計入（含點 5~6）；易言之，回視階段包含二度進入 AOI 及後來所有離開又回到 AOI 的時間，且含括凝視圖的時間。

（三）眼動指標原始資料的運算方式與計算原則

本研究眼動指標原始資料的運算方式與計算步驟，分述如下：1.先計算每位受試者分別在九題幾何敘述、兩題證明題的「已知求證」和「示範證明」，其總凝視時間、圖凝視時間和每個被讀到的 AOI 之平均閱讀時間，並將每位受試者跨九題與兩題的資料加以平均。2.採用前述各題總凝視時間和圖凝視時間，計算各自的讀圖佔總凝視時間的百分比，再將每位受試者跨九題與兩題的資料加以平均。3.將凝視時間劃分成初始理解和回視兩閱讀理解階段，分別在兩階段中，各自比較每個被讀到的 AOI 之平均閱讀時間於跨文本類型間的差異。每個被讀到的 AOI 之平均閱讀時間，是分別計算每位受試者跨九題與兩題的初始理解和回視階段內，其總凝視時間除以文區內每個被讀到的 AOI，再將各題平均。

（四）眼動軌跡的分析方式

本研究採用馬可夫轉換矩陣(Markov Transition Matrix)(Henderson, Falk, Minut, Dyer, & Mahadevan, 2000; Simola, Salojärvi, & Kojo, 2008)分析 50 位受試者在敘述句、已知求證，以及示範證明等三種幾何文本，橫跨敘述句九題與兩題幾何示範證明的眼動軌跡。馬可夫轉換矩陣是由先後順序之凝視點(fixation sequence)兩兩計數所得，矩陣以條件機率(conditional probability)來做為各 AOI 間先後轉移關係的描述方式。條件機率的數據為受試者讀完某一 AOI 的條件下，隨後閱讀特定一個 AOI 的機率；轉移機率愈高代表閱讀完前一 AOI 之後有愈高的機率會閱讀後一 AOI。

參、結果與討論

一、幾何文本閱讀的眼動特性

（一）幾何敘述、已知求證和示範證明之讀圖佔總凝視時間的比率

表 1 呈現三種幾何文本的總凝視時間、圖凝視時間，以及圖凝視時間佔總凝視時間比率。前二指標顯示，示範證明的總凝視時間以及圖凝視時間長於已知求證和幾何敘述；然而因三種文本內容的長短不同，凝視時間的長短自然有所差異，故較合宜的方式是以圖凝視時間佔總凝視時間比率進行三類文本的比較。三種文本的讀圖比率—幾何敘述.36、已知求證.41，以及示範證明.51，以單因子變異數分析進行差異考驗。

表 1 三類文本的凝視時間與圖凝視時間佔總凝視時間比率

文本類型 眼動指標	幾何敘述 <i>M (SD)</i>	已知求證 <i>M (SD)</i>	示範證明 <i>M (SD)</i>
總凝視時間(秒)	7.13 (1.95)	11.96 (4.20)	21.51 (8.46)
圖凝視時間(秒)	2.53 (.71)	4.87 (2.48)	11.33 (5.98)
圖凝視時間佔總凝視時間比率	.36 (.06)	.41 (.19)	.51 (.13)

結果三個文本的讀圖時間百分比達顯著差異， $F(1, 49) = 15.40, p < .001, \eta^2 = .24$ 。事後比較為示範證明 > 幾何敘述，示範證明 > 已知求證，而幾何敘述與已知求證之間無顯著差異。即相較於其他兩類型文本，讀者在閱讀示範證明時，花費較多時間在讀圖；顯示幾何圖形在不同類型幾何文本中，其重要性有所差異。

(二) 幾何敘述、已知求證和示範證明的閱讀理解歷程

本研究分開比較初始理解與回視階段中，跨文本類型間的眼動指標之差異，藉此探討兩階段中的主要認知活動。

1. 不同類型文本在初始理解和回視階段，凝視時間佔總凝視時間比率的差異分析

表 2 呈現三種文本在兩個閱讀理解階段的凝視時間，各自佔總凝視時間比率之平均數與標準差。初始理解階段的凝視時間佔總時間比率的平均數高低，依序是幾何敘述、已知求證和示範證明；回視階段則相反。由於兩階段閱讀時間百分比是相互消長的，分別就兩個依變項進行單因子變異數分析。

表 2 三類文本初始理解和回視之凝視時間佔總時間比率的平均數與標準差

文本類型 閱讀階段	幾何敘述 <i>M (SD)</i>	已知求證 <i>M (SD)</i>	示範證明 <i>M (SD)</i>
初始理解	.63 (.10)	.56 (.15)	.49 (.13)
回視	.37 (.10)	.44 (.15)	.51 (.13)

結果三類型文本在初始理解時間佔總閱讀時間比率，呈顯著差異 $F(1, 49) = 19.62$, $p < .001$, $\eta^2 = .29$ ，經事後比較發現：幾何敘述 > 已知求證 > 示範證明。回視階段的閱讀時間百分比因與初始理解階段互為消長，其統計考驗結果與初始理解相同，其百分比為：示範證明 > 已知求證 > 幾何敘述。亦即，初始理解時間的比率，以閱讀幾何敘述最高，其次已知求證，最後則是示範證明最低；而回視時間的比率則相反，以示範證明最高，其次已知求證，最低的是幾何敘述。

2. 不同類型幾何文本在初始和回視階段平均每個被讀到的 AOI 之閱讀時間差異分析

表 3 呈現三種幾何文本在兩個閱讀理解階段中的 AOI 平均凝視時間。該指標的計算方式是：以該階段被讀到的 AOI 數為分母，該階段的凝視時間總和為分子，AOI 平均凝視時間越長代表受試者對讀到的 AOI 處理時間越長。因為 9 道敘述句和兩題證明之已知求證和示範證明的文本長度不同，且不同受試者也有個別差異，故採用線性混合模式 (Linear Mixed Mode, 簡稱 LMM) (Baayen, Davidson, & Bates, 2008; Winter, 2013) 進行分析，以避免跨受試者 (by subject) 與跨試題 (by item) 所造成的隨機效果 (random effect)，同時也進行各組間的事前比較。

表 3 三類文本初始理解和回視每個被讀到的 AOI 之平均凝視時間 (毫秒)

文本類型 閱讀階段	幾何敘述 <i>M (SD)</i>	已知求證 <i>M (SD)</i>	示範證明 <i>M (SD)</i>
初始理解	419.80 (59.13)	513.60 (306.03)	591.90 (294.47)
回視	456.76(135.02)	853.95 (445.44)	1127.58 (418.52)

進行線性混合模式分析時，設定已知求證為比較基準，分別針對兩閱讀理解階段比較三類文本的 AOI 平均凝視時間進行差異考驗。結果顯示在初始理解階段，平均每個被讀到 AOI 凝視時間上，已知求證與幾何敘述、示範證明之間均分別呈現顯著差異， $t(1, 49) = 2.34$ 以及 $t(1, 49) = -9.29$ 。經 Wald 信賴區間考驗發現：示範證明 > 已知求證 > 幾何敘述；顯示在初始理解階段，讀者閱讀示範證明的平均 AOI 時間最長，其次是已知求證的平均 AOI 時間，而最短的是幾何敘述。回視階段亦呈現顯著差異， t 值分別如下， $t(1, 49) = 2.41$ 以及 $t(1, 49) = -9.02$ 。經 Wald 信賴區間考驗發現：示範

證明>已知求證>幾何敘述，即回視階段同樣是示範證明平均被讀到的 AOI 之閱讀時間最長、其次是已知求證、最短的是幾何敘述，然而在回視階段各文本的差異拉得更大。

歸結上述研究結果可知：(1)三種文本的初始理解與回視階段之閱讀時間佔凝視總時間比率呈顯著差異，且因兩種時間比率在三種文本呈現相互消長，幾何敘述的初始理解閱讀時間佔總凝視時間比率最高，而示範證明的回視階段閱讀時間佔總凝視時間比率最高。顯示描述幾何圖形的文本，其初始理解時間較長；反之，蘊含推理內容的文本，則是在回視階段時間較長。(2)三種文本平均每個被讀到的 AOI 之閱讀時間，在初始理解與回視階段皆呈現示範證明時間最長，已知求證次之，幾何敘述最短。顯示推理成分越高的文本，其平均每個被讀到的 AOI 之閱讀時間越長。

3.不同類型幾何文本的眼動軌跡

研究者逐筆檢視受試者的眼動軌跡，發現讀者閱讀幾何文本時一般是順著文句往下閱讀，參照圖形的眼動行為通常出現在讀到幾何符號時，但若該幾何符號是出現在文本一開始描述整體脈絡的語句，例如：「以 $\triangle ABC$ 的...」則到圖上比對的行為就較少，而多半是繼續往下閱讀。此外，在不同幾何文本類型下，上述兩種狀況似乎也有些許差異。因此，本研究採用馬可夫最大轉換機率，透過分析從文本特定類型的字詞移出之後的眼動軌跡，用以檢驗前述觀察的發現。

基於前述觀察，本研究鎖定分析文本中下列字詞類型的軌跡，包括一般文字、幾何名詞、幾何符號三類。「一般文字」意指如：「中」、「以」、「在」、「故」、「且」、「為」、「作」、「的」等中文字詞；「幾何名詞」則指以中文方塊字所構成的幾何術語，例如「正方形」、「圓」、「中垂線」、「角平分線」；「幾何符號」則包含如「 \triangle 」、「 \angle 」、「 \overline{AC} 」、「 \overline{AFC} 」，但不包含運算符號（如「+」或「=」）。其中，幾何符號再依據其出現的位置分為背景脈絡的和主體的兩類。以圖 1 的實驗材料為例說明。敘述句「 $\triangle ABC$ 中 $\overline{AB} > \overline{AC}$ ，在 \overline{BC} 上做中垂線 \overline{PQ} ，連接 \overline{CP} 」，其中「中」、「在」等為一般文字，「中垂線」為幾何名詞，「 \triangle 」和「 ABC 」為「背景脈絡的」幾何符號，「 \overline{AB} 」、「 \overline{AC} 」、「 \overline{PQ} 」、「 \overline{CP} 」則是「主體的」幾何符號。圖 1 證明題的已知求證，「以 $\triangle ABC$ 的兩邊 \overline{AB} 、 \overline{AC} 為邊作正方形 $ABGF$，求證 $\triangle AFC$」，「以」、「的」等為一般文字，「正方形」為幾何名詞，「 \triangle 」、「 ABC 」為「背景脈絡的」幾何符號，而「 \overline{AB} 」、「 $ABGF$ 」、「 \triangle 」、「 AFC 」等則為「主體的」幾何符號。示範證明的「在 $\triangle AFC$ 與 $\triangle ABE$ 中， $\overline{AF} = \overline{AB}$ 」，「在」、「與」等為一般文字，「正方形」為幾何名詞，「 \triangle 」、「 AFC 」和「 \triangle 」、「 ABE 」為「背景脈絡的」幾何符號，而「 \overline{AF} 」和「 \overline{AB} 」則為「主體的」幾何符號。

眼動軌跡的分析採用馬可夫最大轉移機率，表 4 為其報表的摘要。表中的【】符號內有兩個數字，逗號前的數字為轉移後的 AOI 編號，逗點後的數據是轉換機率的數值；每一行呈現從特定一個 AOI 轉出到其它各 AOI 之轉換機率。例如表 4 第一列，表示讀者從編號 1 的 AOI 移出後，有 69.44%的機率轉移到編號 3 的 AOI，其次有 13.89%的機率轉移到編號 2，第三則有 5.56%的機率持續留在編號 1 的 AOI，或轉移到編號 6 的 AOI。合併來看，前述這幾個型態已經涵蓋超過 90%從編號 1 的 AOI 移出後的軌跡。由於前三大轉移機率已涵蓋整體機率的 80%-90%，所以後續僅分析前三大轉移機率。由於轉移機率乃合併所有受試者的資料，故無個人資料可資統計考驗。

表 4 「三角形 SAS 性質」的 AOI 之馬可夫最大轉換機率的摘要表

AOI 編號	前三大【轉移後的 AOI 編號，轉換機率值】		
1	【3, 69.44】	【2, 13.89】	【1、6, 5.56】
2	【3, 53.85】	【1, 28.00】	【圖, 9.62】
⋮			

本文將三種幾何文本各 AOI 的馬可夫前三大轉移機率之資料歸類成三種軌跡，分別為閱讀下文、回讀前文、到圖上比對三種型態。再以表 4 為例，從編號 2 的 AOI 移出的軌跡，到編號 3 的歸為「閱讀下文」，到編號 1 的歸為「回讀前文」，轉移到圖的就是「到圖上比對」，若前三大機率有同類的則累計其百分比。合併後，若某個 AOI 往下閱讀的轉換機率總和超過 50%，就將此 AOI 歸類為「閱讀下文」，若回讀前文的機率相加超過 50%，就歸為「回讀前文」，而如果前三大轉移機率中出現參照圖的型態，則該 AOI 就歸到「到圖上比對」，主因圖的 AOI 僅一個，並無累加的機會。結果如表 5。

表 5 三類文本中一般文字、幾何名詞與幾何符號之閱讀順序類型的比率(%)

眼動軌跡 AOI 類型	閱讀下文	回讀前文	到圖上比對
一般文字			
幾何敘述	89	5	6
已知求證	70	10	20
示範證明	80	10	10
幾何名詞			
幾何敘述	84	8	8
已知求證	75	25	0
示範證明	100	0	0
背景脈絡的幾何符號			
幾何敘述	76	10	14
已知求證	100	0	0
示範證明	28	8	64
主體的幾何符號			
幾何敘述	22	25	53
已知求證	29	12	59
示範證明	5	0	95

由表 5 可知，讀者在三種文本中讀到各字詞類型後的軌跡有同有異。同的部分是，讀到三種文本的「一般文字」和「幾何名詞」時，讀者很少往圖上參照，多半繼續往下閱讀或少部分回讀前文。異的部分是，在背景脈絡的「幾何符號」上，幾何敘述和已知求證的閱讀軌跡型態相近，多數是繼續往下閱讀，少數會到圖上比對，但示範證明中的背景脈絡的幾何符號，則有相當高的比率到圖上比對。相對的，讀到主體的幾何符號時，雖然多半都會到圖上比對，但仍有較高的比率會閱讀下文，由以幾何敘述和已知求證特別明顯。整體而言符合之前逐筆觀察的發現。以下採用圖 4 與圖 5 呈現表 5 的重要結論。

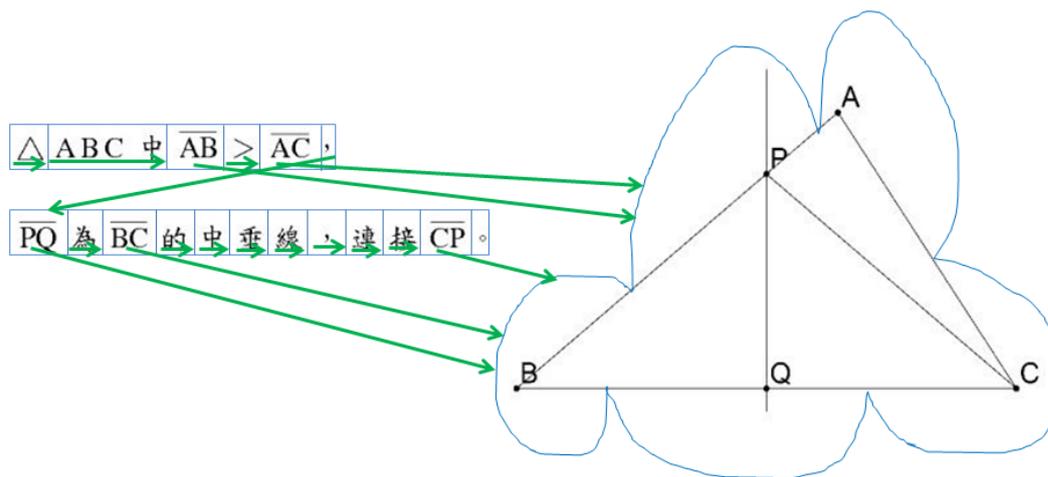


圖 4 幾何敘述的閱讀順序示意圖

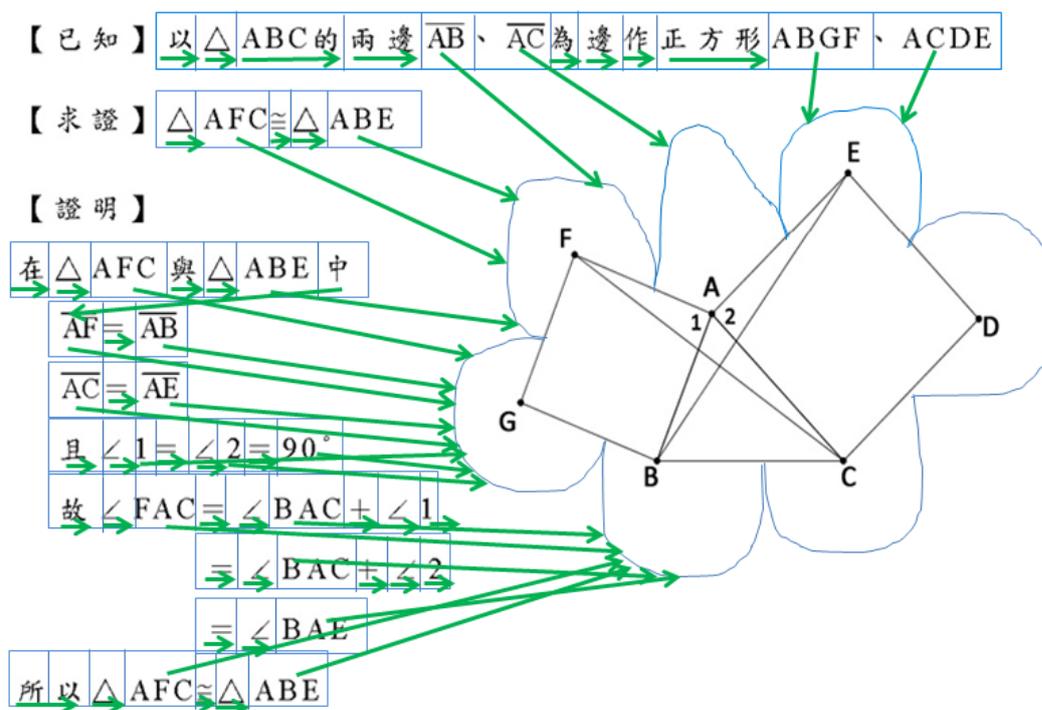


圖 5 已知求證與示範證明的閱讀順序示意圖

如圖 4 所示，在幾何敘述，當讀者一開始閱讀「 $\triangle ABC$ 中 $\overline{AB} > \overline{AC}$ 」時，「 \triangle 」和「 ABC 」(脈絡的幾何符號)是繼續往下讀，等讀到「 \overline{AB} 」或「 \overline{AC} 」(主體的幾何符號)則到圖上尋找相對應的訊息。圖 5 則呈現，在已知求證部分，閱讀「以 $\triangle ABC$ 的兩邊 \overline{AB} 、 \overline{AC} 為邊作正方形 $ABGF$ 、 $ACDE$ 」和「 $\triangle AFC \cong \triangle ABE$ 」時，首先讀「 \triangle 」和「 ABC 」之後傾向往下閱讀，直到讀了「 \overline{AB} 」或「 \overline{AC} 」後，會到圖上比對。又讀到「 \triangle 」和「 AFC 」時，雖「 \triangle 」為主體的幾何符號，卻未參照圖，推測僅讀到「 \triangle 」就參照圖並不知道要看圖的哪裡，必須透過後面的英文字母提供參照的訊息此種解釋說明了表 5 的資料：有接近 1/4 的讀者，在讀完幾何敘述與已知求證的主體幾何符號後，會繼續往下讀。未來 AOI 的切割可考慮將二者整併成一個「 $\triangle ABC$ 」。而在示範證明的部分，讀者一開始閱讀「在 $\triangle AFC$ 與 $\triangle ABE$ 中， $\overline{AF} = \overline{AB}$ ， $\overline{AC} = \overline{AE}$ ……」時，讀到「 AFC 」和「 ABE 」

之後會到圖上進行比對，而其後續新讀到的幾何符號，如「 \overline{AF} 」、「 \overline{AB} 」...等，也幾乎都是到圖上比對。

從上述眼動軌跡可知，讀者讀到三種幾何文本的中文方塊字(一般文字或幾何名詞)多半繼續閱讀下文；讀到幾何符號，尤其是攜帶空間訊息的英文字母符號，則有一定比率是到圖上尋找圖文相對應的訊息，然其參照圖的比率在文章最前面的脈絡時較低、在主體的符號則較高，同時三種文本類型則以「示範證明」的幾何符號參照圖的比率最高，幾乎每一個幾何符號都需要參照附圖。此一軌跡分析的結果，從另一個角度呼應前文圖凝視時間比率的發現。

肆、結論與建議

一、幾何閱讀理解倚賴讀圖，文本推理成分越高，讀圖比例越高

回應研究問題一：幾何圖形之於幾何文本閱讀理解的重要性為何？又不同類型幾何文本的讀圖情形有何差異？本研究發現三種幾何文本的圖凝視時間佔總凝視時間比率雖然各有差異(幾何敘述.36、已知求證.41、示範證明.51)，但均高於文獻上其他類型的圖文，包括科學圖文(簡郁芬、吳昭容，2012；Hannus & Hyönä, 1999)或廣告(Rayner et al., 2001)等，說明幾何文本相較其他圖文並置文本而言，其閱讀理解更仰賴讀圖。建構幾何物件的空間表徵是理解幾何文本的必要歷程，而圖形在提供空間表徵上較文字更便捷，且基於視覺工作記憶的限制(Epelboim & Suppes, 2001; Lin et al., 2012)，個體必須重複閱讀圖形以維持幾何物件的心智表徵。因此，讀圖在幾何文本閱讀歷程具有獨特的重要性。

此外，本研究發現三種幾何文本的讀圖佔總凝視時間比率有顯著差異。其中，推理成分最重的示範證明，其讀圖比率顯著比另外兩種文本高，已知求證的讀圖比率雖然較幾何敘述高，但未達顯著。我們推測幾何閱讀仰賴幾何圖形的程度，受到文本內容所蘊含的推理比重之影響。讀者在閱讀示範證明時，需要建構橋接命題和理解證明步驟中的邏輯推論(陳琪瑤、吳昭容，2012)，但文本卻相當精簡，所以當文中線索有限時，讀者便需回到圖上檢索相關的訊息，以利閱讀理解，因此讀圖佔總凝視時間比率也就較其他兩種幾何文本高。反之，幾何敘述和已知求證無須進行較複雜的命題橋接，幾何圖形的功能在於協助讀者建構幾何元件的空間關係，以及理解幾何符號在文本中所扮演的角色(例如「在中垂線 \overline{PQ} ...」)。其中，已知求證因為還指出即將要求證的目標，比起幾何敘述更能引發讀者思考隱含的幾何性質訊息，所以讀圖比率居中。

二、幾何閱讀的初始理解與視覺化關係較密切，而回視階段則與推理較有關係

回應研究問題二：幾何文本閱讀的初始理解和回視階段之主要認知歷程為何？本文主張初始理解階段與視覺化的關係較為密切，回視階段與推理歷程較為密切，證據包括本研究的發現與文獻。

本研究三種文本在初始理解階段的凝視時間佔總凝視時間比率呈顯著差異，且幾何敘述 > 已知求證 > 示範證明。初始理解階段意指特定文區 AOI 的第一次連續凝視時間含到圖參照的總和，該階段在總時間中所佔的比率高，代表讀者在第一次進入文區特定 AOI，含來回參照圖示訊息之後，即可大致理解這個幾何文本的意義，而無須大量的回視。「幾何敘述」是描述幾何物件及其元件間空間關係的幾何文本，閱讀這樣的文本重在掌握幾何物件的空間表徵，也就是以「視覺化」歷程(Duval, 1998, 1999)為主。該類文本的初始理解階段所佔比率高，可以解讀為：此眼動指標對應的認知歷程以視覺化為主。其次，陳琪瑤與吳昭容之前的研究(2012)也發現，圖示著色效果出現在減少初始理解的時間，對回視時間的影響則不顯著，顯示初始理解與空間表徵的建構有關，而與後續命題間邏

輯性的統整較無關。第三，純文眼動研究也有類似的主張，以詞為 AOI 的第一次連續凝視時間通常反映詞彙的解碼歷程，用來初步辨識和瞭解字詞意義(蔡介立等, 2005; Juhasz & Rayner, 2003; Williams & Morris, 2004)。

本研究三種文本在回視階段的凝視時間佔總凝視時間比率呈顯著差異，且示範證明 > 已知求證 > 幾何敘述；再者，「示範證明」中每個被讀到 AOI 的平均閱讀時間，也顯著高於「幾何敘述」和「已知求證」。回視階段是指第二次(含)之後回到曾經經過的 AOI (含圖上參照)之凝視時間總和，該階段的時間比率高，代表必須整合前後文或重新詮釋舊訊息才能完成理解。「示範證明」是三種材料中推理成分最重的文本，而研究結果顯示，讀者閱讀示範證明時，有相當高比率的時間必須回視已經看過的 AOI，且平均每個 AOI 耗費的凝視時間也較其它類型文本多。易言之，幾何閱讀的回視階段，與命題間邏輯關係的建構等推理歷程較有關。因為讀者進行幾何推理時必須鏈結證明步驟和結論 (Duval, 1998, 1999)，同時又要維持幾何物件的空間表徵，方能統整命題間的關係。而高比率的回視，反映了讀者耗費許多心智努力與閱讀時間，符應推理歷程的觀點。其次，純文眼動研究也以回視時間作為整合或重新解釋語意的指標，用來反映較高階的認知歷程 (Rayner, 1998; Kliegl, Grabner, Rolfs, & Engbert, 2004)。因此，幾何閱讀的回視階段應與 Duval 的推理歷程較為有關。

但值得注意的是，幾何閱讀的初始理解與回視並非純粹對應視覺化與推理。初始理解階段雖然大部分反映了視覺化歷程，但也包含一些推理成分。證據來自幾何敘述和已知求證雖然文本內容類似，但在兩階段的凝視時間比例與每個被讀到 AOI 的平均凝視時間有顯著差異。因為幾何敘述與已知求證這兩種文本的目標差異，讀者會因應不同閱讀目標而產生不太相同的閱讀歷程 (Johanna & Jukka, 2008; Pichert & Anderson, 1977)。讀者知道幾何敘述的目的是在建構符合圖文內容所描述的幾何圖形心智表徵。但是，相較於幾何敘述，已知求證被放在朝向證明的作業目標之下，所以讀者在已知求證的初始理解階段，需花費更多的閱讀時間，以建構更鞏固的幾何圖形心智表徵，以能理解後續的示範證明。回視階段亦包含了一定程度的視覺化成分。由於幾何閱讀必須以幾何物件的空間表徵為基礎，讀者在理解示範證明中高度複雜的推理論證時，其運作歷程消耗了大量的認知資源，壓縮了能用來維持空間表徵的認知資源。因此，在閱讀示範證明的回視階段中，個體尚需透過圖文間來回的閱讀，至圖上尋找所需的空間訊息，以彌補工作記憶的限制，維持先前建構的幾何圖形心智表徵 (Epelboim & Suppes, 2001; Lin et al., 2012)。亦即，幾何閱讀的回視階段，除了繁重的推理歷程之外，也包含了視覺化的成分。

三、字詞與文本類型影響讀者圖文整合的閱讀軌跡

回應研究問題三：不同類型幾何文本的閱讀軌跡有何異同？本研究以馬可夫轉換機率分析三種文本不同類型字詞下的眼動軌跡，發現字詞類型以及文本之視覺化與推理比重的不同，會影響讀者整合圖文訊息的閱讀軌跡。

從字詞類型的影響來看，讀者讀到一般文字、幾何名詞等的中文方塊字時，很少往圖上參照，讀到英文字母所表示的幾何符號則多半會參照幾何圖形繼續往下閱讀或少部分回讀前文，而此閱讀型態在跨文本的情境下是一致的。中文方塊字沒有攜帶明確的空間訊息，所以多半留在文區，即使如「三角形」、「中垂線」等幾何名詞，讀者雖可想像其形狀或粗略的空間關係，但該三角形是特指圖中的哪個三角形，該線是哪條線段，都由文本中英文字母所表示的幾何符號才能精確指認。所以在讀完中文方塊字與幾何名詞之後並未顯示明顯到圖參照的眼動型態，而英文字母的幾何符號則明顯引導視線到圖上。

從文本的效果而言，視覺化比重較多的幾何敘述和已知求證的閱讀軌跡較相近。即幾何符號若置於背景脈絡時，讀者傾向繼續往下閱讀，若是主體的幾何符號，到圖上比較的比率會高出許多。顯示讀者必須透過圖形的空間表徵來確認文章中幾何符號的相對

關係。推理成分較重的示範證明，則是無論幾何符號出現在背景脈絡或主體，到圖上比對的比例皆相當高。顯示參照圖不止具有建構空間表徵的功能，也是理解論證推理所需仰賴的訊息來源。

伍、後續教學與研究上的建議

一、幾何文本的編製與閱讀教學

由於幾何圖形對於幾何閱讀理解的重要性，教材編製宜凸顯幾何圖形中與文本對應的重要訊息，例如：運用著色、加入底線或粗體加黑等標示方式，協助讀者擷取圖上的重要資訊，以建構幾何圖形空間表徵，進而整合圖文訊息。此外，從成人讀者眼動軌跡的分析結果可知，幾何符號—尤其英文字母所代表的幾何符號，扮演指引讀者去參照圖的角色。有鑑於此，教師可引導學生比對圖文中標示的幾何符號，並且針對圖形中較難依據文字描述而建構出空間表徵的內容，多做說明。

此外，幾何文本教材所呈現的是靜態幾何圖形，但讀者可能在理解幾何圖形的心智運作歷程中，必須動態地拆解圖形。例如：在兩平行線為第三線 m 所截的脈絡下尋找互補的兩鄰角，會有不同的難度 (Gal & Linchevski, 2010)。由於 m 線截 n 線，使 n 線被截斷，但 m 線維持連續，此時要察覺被截斷在不同心理空間的兩角互補，難度會比同一個心理空間的兩個角來得困難。數學教師通常可以用色筆或加粗線條來引導學生，協助學生在讀圖歷程中切換「焦點—背景」。數位多媒體的運用是另一種可能的處理方式，可參考 Mayer (2011) 多媒體學習理論中，圖文內容一致性 (contiguity principle)、分割 (segmentation principle)、標示 (signaling principle)，以及基本的空間接近性 (spatial contiguity principle) 等原則，利用簡報或動畫軟體製作教學材料。如：逐步呈現圖文間相對應的內容，或者將圖文中所相對應的重要訊息，用相同的顏色示之。好的圖示設計，可使幾何圖文的閱讀整合更為有效。

二、後續幾何文本眼動研究的建議

本研究發現幾何文本的回視時間的比例大約介於 40% 至 50% 之間，即整體而言個體花費了將近一半的時間在反覆閱讀幾何文本。而回視階段涉及較高層次的推理理解，哪些文本變項或受試者變項會與此一閱讀階段的表現有關，是值得進一步探究的議題。例如：操弄示範證明的語句差異，如對證明步驟中重要的幾何性質加註說明，作為解題的提示語，是否有助於示範證明的閱讀理解？再者，提示語的內容為幾何性質內涵的解釋，旨在幫助讀者補足未知或遺忘的幾何性質，以利他們進行推理。因此，幾何證明有無加入提示語對初始理解和回視階段的眼動型態之影響，可進一步提供回視階段與推理之關係的證據。

幾何示範證明的眼動研究屬於閱讀理解作業，和證明的作業不同。一般幾何證明題僅會出現已知和求證兩部分，讀者只能倚賴已知、求證所提供的內容，來建構幾何圖形空間表徵，思考可用來證明的條件，並進行初步的推理。換言之，幾何證明閱讀的眼動軌跡，反映的是讀者在有限的已知求證訊息下，進行一連串「解幾何證明題之前」的閱讀理解歷程。有別於提供完整示範證明的閱讀歷程，是另一值得探討的議題。

後續研究可擴充幾何文本類型，包含幾何量文字題、幾何性質等，探討不同幾何文本類型及其編排方式對閱讀理解的影響。另外，目前有限的幾何眼動研究均採靜態文本，但隨著科技日益新穎的發展，實驗材料的限制已逐漸降低，Gaze Tracker 已能處理動態畫面的眼動實驗，提昇實驗材料的廣度。

參考文獻

- 左台益、呂鳳琳、曾世綺、吳慧敏、陳明璋、譚寧君 (2011)。以分段方式降低任務複雜度對專家與生手閱讀幾何證明的影響。《教育心理學報》，43，291-314。
- 【Tso, T. Y., Lu, F. L., Tzeng, S. C., Chen, M. J., & Tan, N. C. (2011). Impact of reducing task complexity by segmentation on experts' and comprehension of novices' reading geometric proof problems. *Bulletin of Educational Psychology*, 43, 291-314.】
- 陳琪瑤、吳昭容 (2012)。幾何證明文本閱讀的眼動研究：圖文比重及圖示著色效果。《教育實踐與研究》，25 (2)，35-66。
- 【Chen, C. Y., & Wu, C. J. (2012). Eye movements during geometry proof reading: Text contrasting with figure and the colored effects. *Journal of Educational Practice and Research*, 25(2), 35-66.】
- 簡郁芬、吳昭容 (2012)。以眼動型態和閱讀測驗表現探討箭頭在科學圖文閱讀中的圖示效果。《中華心理學刊》，54 (3)，385-402。
- 【Jian, Y. C., & Wu, C. J. (2012). The effect of arrows in an illustration when reading scientific text: Evidence from eye movements and reading tests. *Chinese Journal of Psychology*, 54(3), 358-402.】
- 柯華葳、陳明蕾、廖家寧 (2005)。詞頻、詞彙類型與眼球運動型態：來自篇章閱讀的證據。《中華心理學刊》，47 (4)，381-398。
- 【Ko, H. W., Chen, M. L., & Liao, C. N. (2005). Frequency effect, word class and eye movements: Evidence from text reading. *Chinese Journal of Psychology*, 47(4), 381-398.】
- 陳學志、賴惠德、邱發忠 (2010)。眼球追蹤技術在學習與教育上的應用。《教育科學研究期刊》，55 (4)，39-68。
- 【Chen, H. C., Lai, H. D., & Chiu, F. C. (2010). Eye tracking technology for learning and education. *Journal of Research in Education Sciences*, 55(4), 39-68.】
- 蔡介立、顏妙璇、汪勁安 (2005)。眼球移動測量在中文閱讀研究之應用。《應用心理研究》，28，91-104。
- 【Tsai, J. L., Yan, M. H., & Wang, C. A. (2005). Recoding on eye movements and its application on Chinese reading. *Research in Applied Psychology*, 28, 91-104.】
- Baayen, R. H., Davidson, D. J., & Bates, D. M. (2008). Mixed-effects modeling with crossed random effects for subjects and items. *Journal of memory and language*, 59(4), 390-412.
- Drieghe, D., Rayner, K., & Pollatsek, A. (2005). Eye movements and word skipping during reading revisited. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 31(5), 954-969.
- Duval, R. (1995). Geometrical pictures: Kinds of representation and specific processings. In R. Sutherland & J. Mason (Eds.), *Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education* (pp. 142-157). NY: Springer-Verlag.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. In C. Mamana & V. Villani (Eds.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st century: An International Commission on Mathematical Instruction Study* (pp. 37-52). Boston, MA: Kluwer Academic Publisher.
- Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for Learning (Plenary address). In F. Hitt & M. Santos (Eds.), *Proceedings of the 21st North American PME Conference Vol. 1* (pp. 3-26). Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environment Education.
- Epelboim, J., & Suppes, P. (2001). A model of eye movements and visual working memory during problem solving in geometry. *Vision Research*, 41, 1561-1574.
- Gal, H., & Linchevski, L. (2010). To see or not to see: Analyzing difficulties in geometry from the perspective of visual perception. *Educational Studies of mathematics*, 74, 163-183.
- Hannus, M., & Hyönä, J. (1999). Utilization of illustrations during learning of science textbook passages among low- and high-ability children. *Contemporary Educational Psychology*, 24, 95-123.

- Heinze, A., Cheng, Y. H., Ufer, S., Lin, F. L., & Reiss, K. (2008). Strategies to foster students' competencies in constructing multi-steps geometric proofs: Teaching experiments in Taiwan and Germany. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 40(3), 443-453.
- Henderson, J. M., Falk, R., Minut, S., Dyer, F. C., & Mahadevan, S. (2000). Gaze control for face learning and recognition by humans and machines. *Michigan State University Eye Movement Laboratory Technical Report*, 4, 1-14.
- Jian, Y. C., & Wu, C. J. (2015). Using eye tracking to investigate semantic and spatial representations of scientific diagrams during text-diagram integration. *Journal of Science Education and Technology*, 24(1), 43-55.
- Jian, Y. C., Wu, C. J., & Su, J. H. (2014). Learners' eye movements during construction of mechanical kinematic representations from static diagrams. *Learning and Instruction*, 32, 51-62.
- Johanna, K. K., & Jukka, H. (2008). Perspective-driven text comprehension. *Applied Cognitive Psychology*, 22, 319-334.
- Juhasz, B. J., & Rayner, K. (2003). Investigating the effects of a set of intercorrelated variables on eye fixation durations in reading. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 29, 1312-1318.
- Kliegl, R., Grabner, E., Rolfs, M., & Engbert, R. (2004). Length, frequency, and predictability effects of words on eye movements in reading. *European Journal of Cognitive Psychology*, 16(1/2), 262-284.
- Lin, F. L., & Yang, K. L. (2007). The reading comprehension of geometric proofs: The contribution of knowledge and reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 5(4), 729-754.
- Lin, J. H., & Lin, S. J. (2014). Tracking eye movements when solving geometry problems with handwriting devices. *Journal of Eye Movement Research*, 7(1), 1-15.
- Lin, T. W., Wu, C. J., & Sommers, S. (2012, July). The influence of reading figures in geometry proof on eye movement. In T. Y. Tso (Ed.), *Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3, p. 147-152. Taipei, Taiwan: PME.
- Mayer, R. E. (2011). Instruction based on visualizations. In R. E. Mayer & P. A. Alexander (Eds.), *Handbook of research on learning and instruction*. New York: Routledge.
- Pichert, J. W., & Anderson, R. C. (1977). Taking different perspectives on a story. *Journal of Educational Psychology*, 69, 309-315.
- Rayner, K. (1998). Eye Movements in reading and information processing: 20 year of research. *Psychological Bulletin*, 124(3), 372-422.
- Rayner, K. (2009). Eye Movements and attention in reading, scene perception, and visual search. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 62(8), 1457-1506.
- Rayner, K., Rotello, C. M., Stewart, A. J., Keir, J., & Duffy, S. A. (2001). Integrating text and pictorial information: Eye movements when looking at print advertisements. *Journal of Experimental Psychology: Applied*, 7, 219-226.
- Schmidt-Weigand, F., Kohnert, A., & Glowalla, U. (2010). A closer look at split visual attention in system- and self-paced instruction in multimedia learning. *Learning and Instruction*, 20(2), 100-110.
- Simola, J., Salojärvi, J., & Kojo, I. (2008). Using hidden Markov model to uncover processing states from eye movements in information search tasks. *Cognitive Systems Research*, 9(4), 237-251.
- Williams, R. S., & Morris, R. K. (2004). Eye movements, word familiarity, and vocabulary acquisition. *European Journal of Cognitive Psychology*, 16(1/2), 312-339.
- Winter, B. (2013). Linear models and linear mixed effects models in R with linguistic applications. arXiv:1308.5499. <http://arxiv.org/pdf/1308.5499.pdf>.
- Yang, K. L., Lin, F. L., & Wang, Y. T. (2008). The effects of proof features and question probing on understanding geometry proof. *Contemporary Educational Research*, 16(2), 77-100.