教育科學研究期刊　第五十五卷第一期
2010 年，55（1），1-25

兒童如何在重複中找到規律？重複樣式的程序性與概念性知識

吳昭容
國立臺灣師範大學教育心理與輔導學系
副教授

徐千惠
國立臺北教育大學心理與諮商學系
研究生

摘要

重複樣式的經驗對於掌握事物的規律性與發展代數思維甚為重要。本文以 5 歲和 6 歲各 30 多名及 8 歲兒童 40 名進行找單位作業和下一色作業，指出偵測重複樣式的程序性知識包括：設定切割點、編碼、比對、複製或修正的迴路等四個步驟，也討論了限定原則與等長原則等概念性知識。5、6 歲兒童雖有近 95%具備兩種概念性知識，卻有 25%無法與程序性知識恰當地統整以找到單位。8 歲兒童在實驗所用的樣式結構下，幾乎可完全正確地找到單位，但在預測下一色的作業中卻有生產性的缺陷，會因未採用找單位的方式解題，僅比對序列最前端與最末端群組而犯錯。本文將結果統整在 Baddeley（2001）的工作記憶模式與 Anderson（1983）的 ACT*模式下，指出工作記憶、程序性知識與概念性知識在重複樣式偵測歷程的角色。

關鍵字：重複樣式、捷思法、程序性知識、概念性知識

通訊作者：吳昭容，E-mail: cjwu@ntnu.edu.tw
收稿日期：2008/08/12；修正日期：2009/03/23；接受日期：2009/10/19。

壹、緒論

我們的生活充滿著各種樣式，舉凡事物內或事物間的規律與關係均可歸於樣式探討的範圍（Orton, 1999, p. vii）。兒童及早察覺在事件、數、形中的規律性，將有助於發展函數關係的思維（National Council of Teacher of Mathematics, 2000），例如四年級兒童觀察積木序列的顏色，紅綠綠／紅綠綠／紅綠綠／……，利用表格記錄不同組數下，紅積木數、綠積木數，以及總積木數等，可以促進〔組數，綠積木數〕集合間對應關係的偵測，或發展一般式的表徵能力（Garrick, Threlfall, & Orton, 1999; Warren & Cooper, 2006），所以樣式活動被視爲是代數課程的前置經驗。

前述的積木序列爲一種重複樣式（repeating pattern），相較於數列（sequence 或稱 growing pattern，例如 1, 4, 7, 10, 13……）或結構樣式（structural pattern，如 a×b＝b×a）更可能提供學前兒童適當的樣式經驗，因爲後二者無可避免地涉及數量計算或關係結構的察覺；相對地，重複樣式可以進行自由創作（creating）（Threlfall, 1999）、延拓（extending）（Economopoulos, 1998; Papic, 2007; Taylor-Cox, 2003）、確認（identifying）單位（Warren & Cooper, 2006），或塡空（completing）（Warren, 2005）等，是學前兒童可以勝任的活動。

釐清兒童解決重複樣式作業的認知歷程，將有助於我們瞭解需要什麼概念或技能才能完成這些作業，也才能確認提供這些作業是在協助兒童發展什麼樣的能力。

一、單位結構與編碼歷程

重複樣式是透過複製一個最小單位而能衍生整個序列的樣式（Owen, 1995; Threlfall, 1999），所以，單位是其要素。文獻指出單位的結構會影響成人對樣式複雜度的評分或分類、記憶的正確率，以及所需學習的次數（Vitz & Todd, 1969），也會影響學前兒童預測後續元素的正確率（吳昭容、嚴雅筑，2008），亦即前後元素間對應關係確定之樣式（例如 abcd，a 之後只會是 b，而 b、c、d 後面的元素也都是唯一）的難度，會比對應關係具不確定性的（例如 abac 中，a 之後可能是 b，也可能是 c）來得低，前者的元素若以不同的色點呈現，即使是 5 歲的兒童也有高達九成以上的正確率。

洪明賢（2003）探討中學生掌握數形規律的研究，有 3 題選擇題是以字母或複雜圖形製造的重複樣式，試題結構均爲 abcdeabc□，也就是標準答案均是 d，七、八、九三個年級各 300 多名受試者的表現，1 題由字母 A、C、R、P、N 所組成的，正確率在 .95 至 .97 間，而另一題由複雜圖形（圖形內有一個三角形和兩個圓形）所組成的，其正確率降爲 .86、 .89、 .94；另一題複雜圖形（一圓被一弦切成空白與塗黑兩個部分）的更低，爲 .74、 .80、 .86，洪明賢認爲這顯示樣式的察覺率與題型結構難度有關。

然而，我們認爲這 3 題的結構完全相同，都是單位內無重複元素且單位長度爲 5 的樣式，

不同的是在所選用的元素特性，其編碼時的難度才是正確率相差 20%的關鍵。字母不只比複雜圖形容易辨識，也易於被唸出而被留在工作記憶的語音迴路中（Baddeley, 2001）。所以，本文的研究目的一在於探究重複樣式偵測歷程中編碼階段的認知特性。

二、結構因素與認知因素

前一小節已指出，前後元素間對應關係的確定與否會影響成人在多種作業上的表現（Vitz & Todd, 1969），也會影響學前兒童預測後續元素的正確率，而且預測後的回饋對不同結構之樣式的效力不同，有些結構能因回饋而改善後續的預測表現，有些則改善有限（吳昭容、嚴雅筑，2008）。上述結果顯示，不論對於成人或學前兒童，樣式的結構特性都是影響解決樣式作業的因素。

但 Greeno 與 Simon（1974）不認爲樣式結構會決定受試者的表現，而主張認知歷程如何運作才是關鍵。他們從訊息處理觀點指出，發現或歸納樣式的歷程、表徵或儲存樣式的歷程、以儲存著的表徵來產出樣式的歷程，這三者並非緊密關聯的，同一樣式在不同作業的正確率會有差異，是因爲有三種歷程會調節認知負荷與計算的複雜度。其一會以增加很多的計算來降低記憶負荷；其二是計算上很精簡但需要很大的記憶容量；其三則是記憶負荷與計算複雜度都居中。吳昭容與嚴雅筑（2008）的研究結果顯示，即使是在同樣作業下複雜度類似的樣式也可能出現不同的正確率，例如，依據 Vitz 與 Todd（1969）的分類，同被歸爲簡單樣式的兩種類型：單位爲 aabc 和 abcd，學前兒童在預測下一個元素的正確率上並不同，該文認爲二者在元素間對應關係的一致性上相當，但前者在解題過程中多了知覺的群組與分解，所以對 4、5 歲的兒童會較爲困難，顯示認知負荷或策略等認知因素的確影響學前兒童解決重複樣式作業的表現。

重複樣式的研究對象多半在 3 至 9 歲之間，3、4 歲通常採自由創作，9 歲則會進行與代數相關的活動（吳昭容、嚴雅筑，2008）。本研究意在探究兒童找到規律性或掌握單位的認知歷程，這樣的作業比自由創作的要求來得多，但又比代數活動來得簡單，故選擇 5 至 8 歲（約大班至小二）的兒童爲研究對象。

本文採用找單位和下一元素兩種作業，前者要求受試者在一維呈現的序列中，由起點開始切割出序列的每一個單位；後者則要求依據序列的樣式報告出下一個元素，若序列的元素爲色點，本文稱該作業爲下一色作業。本研究透過數種樣式題型的結構在兩種作業上的表現，探討 5 至 8 歲階段的兒童在偵測重複樣式時，樣式的結構因素與個體的認知因素各自扮演何種角色，此即研究目的二。

三、程序性知識與概念性知識

探討個體因應作業要求的認知活動，可從程序性知識和概念性知識來加以分析。而 Threlfall（1999, p. 26）也指出，重複樣式的認知活動很適合用 Gray 與 Tall（1994）所提的

“procept”加以描述。該詞是結合程序性知識“procedural knowledge”與概念性知識“conceptual knowledge”所創的術語，洪萬生（2005）譯爲「程序成概念」，亦即著眼在數學運算的程序性知識在編譯成爲概念性知識後得以物化（reification）。

許多領域都需要同時掌握解題的程序與基本的概念，數學教育討論程序性知識與概念性知識的主題也很廣泛，包括數數（counting）（Fuson, 1988; Gelman & Gallistel, 1978）、多位數運算（Fuson & Briar, 1990; Hiebert & Wearne, 1992）、小數運算（Hiebert & Wearne, 1985; Wearne & Hiebert, 1988）、代數等式的解題（Rittle-Johnson & Star, 2007）、幾何（Schoenfeld, 1986），早期文獻可參考 Hiebert（1986）。程序性知識是指知道如何做（knowing how-to），是問題解決時一系列的行動，也被稱做算則（algorithm）。概念性知識則意指知道爲何如此（knowing why），能把有意義的事實聯繫起來。Resnick 與 Ford（1981, p. 246）曾指出，計算能力與概念性理解可說是數學心理學中最老的議題之一，數學教育的主張也一直在重計算和重概念的兩端來回擺盪（Baroody, 2003）。晚近對於兩種知識發展的順序有頗多的討論，數學知識是「程序先？還是概念先？」，不只是認知發展的議題，同時對課程安排也有重大的啓示。目前有四種不同的發展順序觀，分別是程序先於概念、概念先於程序、兩者交替發展（iterative development）、兩者同時發展（simultaneous development），Rittle-Johnson 與 Siegler（1998）和 Baroody（2003）都有深入的文獻回顧。

不論是要探討數學知識的發展順序，抑或爭論數學教育的重點，首要之務都得釐清某一數學能力之程序性知識與概念性知識的內涵是什麼。Threlfall（1999）雖然點出可以從 procept 這個角度思考重複樣式的認知，也指出基於偵測重複樣式必然有概念性知識的面向，如果兒童純粹以程序來解決重複樣式的作業，例如：用旋律的唱誦或「A 之後是 B，B 之後是 C……」的連連看，並不能產生對樣式的一般性表徵，甚至無法察覺規律的存在，唯有掌握重複的單位才算整合了程序性知識與概念性知識。但 Threlfall 僅言盡於此，對於這兩種知識的內涵欠缺討論。故本文的研究目的三在於探究兒童如何偵測重複樣式中的單位，並指出其概念性知識與程序性知識。

貳、實驗一

本實驗採用找單位作業，探討 5、6 歲兒童偵測重複樣式單位時的認知歷程，亦即在一維的重複樣式上要求兒童切出其單位，並在材料上操弄兩個自變項——元素特性和題型。容易與不易語音編碼之元素特性的比較是針對研究目的一，以檢驗偵測樣式之編碼階段的認知特性；三種題型的操弄則與研究目的二有關，在於觀察樣式的結構因素對兒童發現重複樣式的影響，吳昭容與嚴雅筑（2008）曾指出，結構因素會影響兒童預測下一色的正確率，本研究以找單位作業複製該研究的發現。此外，我們也透過本實驗試探性地探究研究目的三，以瞭

解兒童在偵測重複樣式單位時的概念性知識與程序性知識。

由於學前兒童能流利命名的素材較有限，顏色的叫名是幼稚園兒童可以進行的作業（曾世杰、邱上真、林彥同，2003），而文獻（吳昭容、嚴雅筑，2008）也確認 4、5 歲的兒童能在重複樣式中流暢地唸出色點的顏色，故易於語音編碼的素材就選定色點。不易語音編碼的圖形，本實驗採用圖 1 的圖案，這五個元素的圖形本身並不繁複，要形成視覺心像上並不困難，但不容易轉換成語音，勉強轉譯可能依序是左上、左下、右下、右上、空心。所以研究假設一是色點的重複樣式比圖形的來得容易偵測到單位。

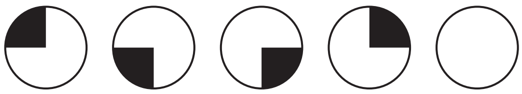

圖1 實驗一的圖形樣式範例

研究假設二預測單位內有重複元素的結構較無重複元素的來得困難，本實驗選擇三種題型：無重複樣式係指單位內元素均為不同，例如 abcde；同元素相連和複合二類則單位內有重複元素，前者例如 aaaba，單位內的重複元素 a 之後可能為 a 或 b，且跨單位的 a 也可能因完形的相似性原則而產生知覺的群組；後者如 abcab，ab 因在單位內以相同順序重複出現兩次，而可能被群組為一個小單位，形成單位內有群組的複合樣式。

研究者曾進行兩次找單位作業的預試，每次各有 4 名受試者，目的在瞭解何種指導語和材料可使學前兒童瞭解作業要求，並由完成時間估計兒童能承擔的施測題數。其發現與影響呈現在「方法」的各節。

一、方法

（一）研究對象

本實驗以 5 歲和 6 歲的兒童為對象，分別從大班與一年級的班級中取樣。受試者來自臺北市松山區與彰化縣田中鎮各 1 所兼營安親班的私立幼稚園，人數各約一半。5 歲兒童 34 名（男 19，女 15），平均年齡 5 歲又 6.6 個月；6 歲兒童 31 名（男 17，女 14），平均年齡 6 歲又 4.8 個月。另有 2 名大班、1 名一年級兒童因前 5 題的表現顯示其無法理解作業要求而未能完成所有試題，不列入分析。

（二）實驗材料

材料包括練習題、試題、8 根牙籤和紀錄紙。試題是呈現了一連串色點或圖形的卡紙，含 6 道目標題和 4 道干擾題，前者以兩種元素特性與三種題型組合成六種試題，元素特性分色點與圖形，題型分無重複、同元素相連、複合三類，每一細格 1 題。這 6 題的單位長度均控制

為 5，至少重複呈現完整單位三次，最後再加了一至三個零星元素，元素總數控制在 16 至 18。為避免兒童在數題後發現單位都是 5，所以另外加入 4 道干擾題，單位 3 和 4 各 2 題，詳見表 1，目標題編號為①至⑥，干擾題為⑦至⑩。練習題 3 題，依序為單位 4／無重複／色點（abcd）、單位 5／複合／色點（ababc）、單位 3／同元素相連／圖形（aba），盡量讓兒童在練習階段接觸到不同的單位長度、題型與元素特性。

表 1　實驗一材料的樣式結構與試題編號

目標題	試題	色點	圖形
單位5／無重複	abcdeabcdeabcdeab	①	②
單位5／同元素相連	aaabaaaabaaaabaa	③	④
單位5／複合	abcababcababcababc	⑤	⑥
干擾題			
單位3／無重複	abcabcabcabcab		⑦
單位3／同元素相連	aabaabaabaaba	⑧	
單位4／無重複	abcdabcdabcdabcd	⑨	
單位4／同元素相連	abbbabbbabbbab		⑩

由於圖形材料的各圖案在方位上有順序性，設計試題時避免採用明顯違背此一順序性的樣式。以無重複的試題為例，研究者選用如圖 1 的逆時針順序，或是順時針，而不會採用隨意亂排的順序。也就是除了圖案不容易以聲音編碼之外，會盡量減低圖形的複雜度。

為避免實驗結果受特定組合的影響，各題皆備有相同試題結構的三種組合以增加推論廣度。例如：題③有「綠綠綠橘綠」、「藍藍藍紅藍」、「棕棕棕藍棕」三種組合，三張題卡裝在不透明信封袋中，由受試者從十個信封袋各抽一張為試題。所以，雖然每名受試者只做 10 題，但題庫有 30 題。

經預試後，材料以 27×7 平方公分的卡紙呈現，色點與圖形的直徑大約 1 公分，色點間或圖形間的距離不宜過窄，故採 0.5 公分間距。另，預試也發現，若未提供標記切割點的工具，兒童很難找到單位，且粗毛線過軟不易操作，最後採用牙籤作為切割單位的工具。

紀錄紙上除了事先從幼稚園老師處查得兒童生理年齡外，還會記錄各題的施測順序、所抽到的組合編號、兒童切割單位的行為，以及行為觀察紀錄。例如：某位兒童在題⑤的解題行為被記錄為 abc/ababcababcababc（註：切 3 後開始思考）、abc/ababc/ababc/ababc、abca/babca/babca/babc、abcab/abcab/abcab/abc，該名兒童似乎以 c 作為切割整個序列的參照點，隨後比對第一個切割點的前後元素後，將所有切割點都往後移動一個間隔，再次比對後，又後移一個間隔，就成了最後的解題型態，而且也是正確的解法。

（三）實驗程序

實驗採個別施測，程序爲示範、練習、由兒童從十個信封袋各抽出 1 題、洗牌後正式施測，洗牌的目的在使每位兒童施測的試題順序隨機，以避免研究結果受單一順序的影響。示範題著重在展示卡片上的題目，指出序列是以受試者的左手邊爲起點，右手邊爲終點，並說明作業要求是「用牙籤來切切看，要怎麼切，才可以讓它們一組一組都長得一樣」，接著示範擺放牙籤的方式，提醒要從最左邊開始，以及可忽略最後剩下的零星元素。隨後讓兒童練習 2 題，其中若犯錯，則主試者會示範正確切法。

正式施測時，主試者不能有任何標準答案的暗示。兒童若不耐煩，主試者會以不洩漏他的表現好壞的方式鼓勵受試者，例如：「你剛剛一直很用心在想，很棒耶」或「大姊姊覺得○○一定可以解出這個謎題，你再試一試。」若受試者最後切出的段落與試題單位相符，則計爲正確。

施測日期爲 2006 年 8 月中旬至 9 月上旬。主試者爲受過施測訓練的教育心理與諮商學系的研究生 1 名與大四學生 2 名。受試者一般可在 15 分鐘內完成，最慢有人超過 30 分鐘。

二、結果

（一）正確率與等長率

針對 6 道目標題的正確率進行年齡（2）×元素特性（2）×題型（3）的三因子 ANOVA，年齡爲受試者間變項，後兩個因子則爲受試者內變項，因違反變異數同質性考驗，故採 Huynh-Feldt 檢定。表 2 爲變異數分析摘要表，各細格正確率見圖 2 和 3。結果僅元素特性和題型兩個主要效果達顯著，色點的正確率（ .82）顯著高於圖形（ .59），$F(1, 63) = 31.26$，$MSE = .16$，$p < .000$，支持研究假設一；題型間有顯著差異，$F(2, 126) = 15.06$，$MSE = .17$，$p < .000$，Scheffe 事後比較顯示，無重複的正確率（ .86）顯著高於同元素相連（ .59）和複合（ .65），$F = 13.81$，8.22，$ps < .05$，後二者未達顯著差異，支持研究假設二。其他主要與交互效果均未達顯著差異，包括兩個年齡層的正確率也無顯著差異。

從兒童解題行爲的紀錄發現，兒童有將序列切割成相等長度的傾向，例如：正解爲 aaaba 的題④，被切成 aaa/baa/aab/aaa/aba/a。爲了檢核此一假設，只要受試者所切割的段落維持長度相等，研究者就將該題的反應編碼爲等長。由於各題被切分的段落數不一，等長的判準是，不考慮序列被切出來的最末端零星元素的情況下，被切成的兩段必須元素數量相等，若切成三段（含）以上，則最多只能有一段的長度與其他段落不一樣。等長的受試者人數除以細格人數的百分率，稱爲等長率，結果 5 歲與 6 歲兒童在目標試題上的等長率如圖 4 和 5。以等長與否爲依變項進行年齡、元素特性、題型的三因子 ANOVA，結果僅元素特性達顯著，色點的單位等長比率（ .95）顯著高於圖形（ .86），$F(1, 63) = 7.16$，$MSE = .11$，$p < .01$，其餘主要效果與交互作用均未達顯著。

表 2　年齡、元素特性、題型在實驗一正確率的三因子變異數分析摘要表

變異來源	*SS*	*df*	*MS*	*F*
受試者間	24.50	64		
年齡	.29	1	.29	.76
誤差項	24.21	63	.38	
受試者內	60.00	322.34		
元素特性	4.98	1	4.98	31.26***
元素特性×年齡	.01	1	.01	.07
誤差項	10.03	63	.16	
題型	5.14	2	2.57	15.06***
題型×年齡	3.35	2	.17	.98
誤差項	21.49	126	.17	
元素特性×題型	.25	1.99	.13	1.07
元素特性×題型×年齡	.05	1.99	.02	.19
誤差項	14.70	123.36	.12	
全體	84.50	386.34		

***$p < .001$.

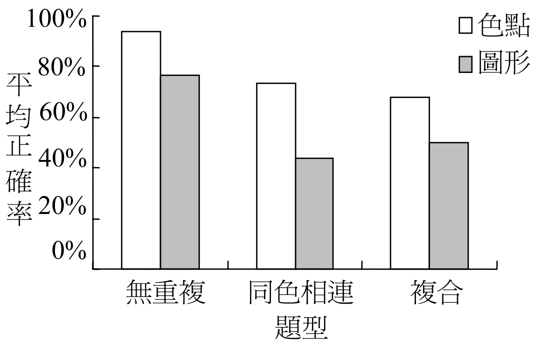

圖2　5歲兒童實驗一目標試題的正確率

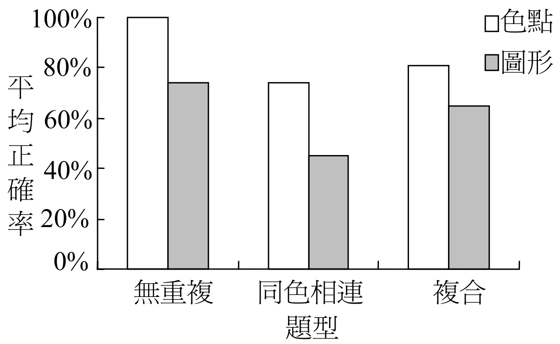

圖3　6歲兒童實驗一目標試題的正確率

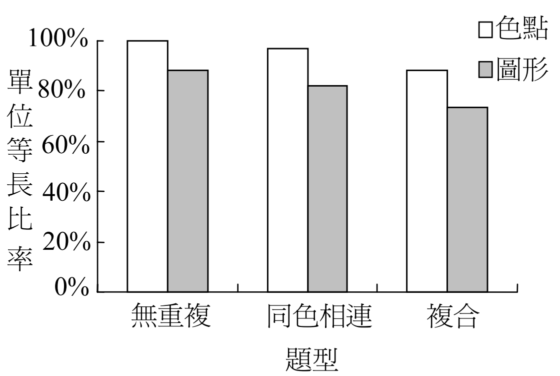

圖4　5歲兒童實驗一目標試題的等長比率

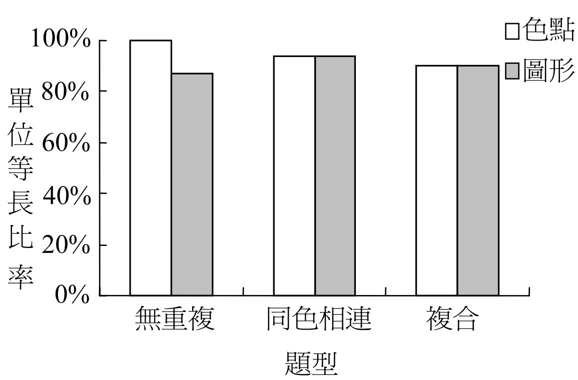

圖5　6歲兒童實驗一目標試題的等長比率

由於找單位作業的正確反應其所切割的數個單位必然等長，如果等長率與正確率一樣，就代表除了能正確切割單位的受試者之外，其他找不到正確單位者並不會把段落切成一樣長；相反地，若等長率比正確率顯著地高，則顯示即使無法正確找到單位，兒童仍傾向將整個系列切成等長的段落。所有 65 名受試者在 6 道目標題的平均等長率爲 .91，比平均正確率 .70 來得高，所以，逐題以正確與否和等長與否對所有 65 名受試者進行χ^2改變的顯著性考驗。除了題①因所有受試者均採等長切割而無法進行考驗外，累加其他 5 題的結果爲$\chi^2(5, n=65)=64.86$，$p < .001$，顯示等長率顯著高於正確率；干擾題的等長比率也高達 .99，比平均正確率 .89 來得高，$\chi^2(4, n=65)=21.87$，$p < .001$。上述結果顯示，5 歲和 6 歲兒童使用等長原則的比率不只比正確率顯著的高，且等長率約 95%，此一結果支持兒童在重複樣式中找單位時，會使用等長原則，亦即找尋單位的作業即使沒有正確完成，受試者仍有很高的比率會以固定長度切割序列。

（二）錯誤類型與行爲紀錄

65 名兒童各完成 10 題，共出現 146 題次的錯誤反應，其中 118 題次爲前述錯誤但等長的切割方式。另外有三種較有系統的錯誤類型，這三種類型的部分反應也同時被計爲錯誤但等長。

1.錯誤但等長，占錯誤反應的八成，例如 abca/babc/abab/caba 或 ab/ca/ba/bc/ab/ab/ca/ba。這樣的錯誤可解讀爲切割單位時僅著眼在長度，而未比對單位間對應的元素是否一致。

2.以特定元素作爲段落的起點或終點，有超過三分之一的受試者（26 人）出現一至三次此類的錯誤，且此類錯誤（39 人次）較常出現在只有兩個元素的題目，例如：aaab/aaaab/aaaab/aa，是以出現頻率較低的 b 爲段落的終點。計算方式與等長原則類似，在忽略末端零星元素下，只容許一次的例外，例如：abbba/bbba/bbba/b，是以 a 爲段落終點，但第一個 a 例外，本研究中仍計入本類錯誤。

3.少切，有 6 名受試者出現一至兩次，通常發生在單位長度較短的試題，例如：aabaab/aabaab/a，該題單位應爲 aab，亦即受試者所切出的段落含有兩個單位。此種錯誤也同時被計入等長的反應。

4.多切，有 6 名受試者各出現一次，通常發生在單位長度較長的試題，例如：正解爲 aaaba 的樣式，被切成 aa/aba/aa/aba/aa/aba/a，也就是受試者把一個最小單位穩定地切成兩個段落。如果樣式單位爲偶數，穩定將單位等分爲二，多切的錯誤類型也可被計爲錯誤但等長。

行爲記錄中顯示，5、6 歲兒童找單位的行爲相當多樣，不過有幾個常見的解題行爲有助於我們思考兒童找單位的程序性知識。兒童將牙籤作爲一個切割紀錄的工具，在把牙籤擺放在序列某兩個元素之間後，常會出現比對牙籤前後兩段元素的觀察行爲，比對時，常伴隨手指來回的指點；比對後，可能調整牙籤的位置，也可能點數牙籤左邊段落的元素個數，並在右邊段落同樣元素個數後放置另一個牙籤。同時，兒童口語中有時會出現有關元素個數的反

應，例如：「這裡有四個」。這些行爲顯示，設定切割點、比對、點數、調整或複製單位長度，是找單位作業中重要的步驟。

從上述幾個步驟也可以發現兒童犯錯的來源，例如：觀察比對時的手指動作可以發現，兒童不一定完整地比較牙籤左右所有的對應元素，有時比了一、兩個，就跳到另一個步驟上；又如調整牙籤位置時跳漏了某個位置或欠缺系統，未能將牙籤從某個位置逐步地往特定方向移動，而是跳來跳去；此外，點數的錯誤也是犯錯的來源之一。

另外，有些兒童的口語顯示他留意到特定的顏色，例如：「哇！有紫色」，或他察覺到色點和圖形的難度不同，例如：「顏色的我比較會」。兒童解題時的特質不同，有些較沒耐性，施測 3、4 題之後就會扭來扭去、開始吼叫或唱歌，但也有些兒童會在解題中途停下來思考，主試者會依實驗程序鼓勵兒童盡量嘗試解題。

三、討論

本實驗比較同樣結構下色點與圖形的樣式偵測表現，發現容易編碼成語音的色點正確率比不易語音編碼的圖形平均高 25%，此一現象也與 Threlfall（1999）所提出的旋律法，以及 Taylor-Cox（2003）發現教師指導 4 歲兒童唸出積木顏色的名稱有助於發現重複樣式的文獻一致。研究者認爲，元素若能簡單地命名而以語音編碼，將會增加保留在工作記憶中的機率，提高與其他元素組合成單位而發現重複樣式的機會，所以假設一獲得初步的支持。

題型的操弄顯示，單位內無重複元素的樣式比有重複元素來得容易找到單位，而後者中不論是知覺性質較重的同元素相連樣式，或是單位內有群組的複合樣式都一樣較爲困難，本實驗以找單位作業複製了文獻（吳昭容、嚴雅筑，2008）上採用預測下一色作業所發現的結果，亦即樣式的結構因素的確影響 5、6 歲兒童掌握重複樣式的表現，支持了研究假設二。

本實驗也指出一些偵測重複樣式的概念性知識與程序性知識。本實驗顯示，5、6 歲的兒童有近 95%的反應是以相同的個數來切割段落，而能正確切出單位的比率約 75%，亦即未能正確找到單位的受試者中多半會將序列切割成長度相等的段落，顯示兒童在完成找單位的作業時，知道所謂的單位就必須元素個數相同。這樣的等長原則（equal-length principle）能否被稱爲概念性知識呢？重複樣式是透過單位的複製所衍生的序列，既然「複製」是此種樣式之規律性的根源，那麼單位長度不變就應該是概念性知識的一環。雖然，只有這個概念性知識不能保證能正確找到單位，就如同 Gelman 與 Gallistel（1978）數數的五個原則一般，任何單一的原則，如一對一對應原則、固定序列原則等，並不能保證數數最後能正確完成。比對文獻，吳昭容與嚴雅筑（2008）讓學前兒童進行預測下一色作業，發現 4 歲和 5 歲兒童僅 3 名曾回答出答案在序列範圍外，顯示絕大多數 4 歲以上的兒童都知道重複樣式的下一色必然來自系列出現過的元素，此一限定原則（restricted principle）也可視爲發現重複樣式的概念性知識。

從兒童切割單位的行爲記錄，我們初步發現設定切割點、比對切割點前後的元素、進行必要的調整等步驟，是許多兒童尋找重複樣式單位的方法。如果系統地執行一系列的步驟，似乎可確保解題者必然找到正確的單位，亦即我們可從中找到偵測重複樣式單位的程序性知識。而錯誤反應中某些類型亦可從跳漏某些步驟而導致錯誤來解釋，詳見綜合討論。

參、實驗二

實驗二以年齡稍長的二年級兒童進行找單位作業與下一色作業，用來與文獻和實驗一的結果進行比較。研究者曾以 10 名二年級兒童進行預試，一方面確認對二年級兒童進行兩種作業的適當程序，同時也發現單位內有重複元素的某些特殊型態，會誘發兒童採取僅比對序列最前端與最末端群組的捷思法，例如：單位爲 aaba 的系列 aabaaabaaabaa，在下一色作業時兒童傾向錯誤地回答下一元素爲 b，這顯示認知因素如省時省力的捷思法可能影響發現重複樣式的表現。故以操弄重複樣式的題型來探討結構因素與認知因素的影響。研究者認爲，結構因素會影響二年級兒童偵測重複樣式的表現，亦即研究假設二（與實驗一相同）預測，單位內無重複元素的樣式正確率較高，單位內有重複元素的樣式因後續元素具不確定性而正確率較低。

同時，研究者認爲基於認知負荷的原因，偵測重複樣式的解題者總會盡量採用較爲省時省力的策略，而策略的選用就顯示了認知因素在偵測樣式時的角色。正確回答單位內無重複元素樣式 abcde 的下一元素，可能是真正偵測到該樣式的單位，也可能僅觀察序列最後一個元素後，自序列中尋找該元素並以其後的下一個元素作爲答案，此種僅比對一個元素的捷思法在無重複樣式中也必然正確。爲了凸顯偵測樣式時解題者可能使用捷思法，研究者採用單位內有重複元素的樣式，並使兩個題型在結構上完全相同，僅在序列終止的位置不同，例如：單位同爲 aaba 的誘導型與基本型，誘導型如同前一段的例子，使序列最前端與最末端有相同的群組 aa，而基本型則是 aabaaabaaaba，如果兩者的正確率有顯著差異，則可確認有部分兒童在解決誘導型試題時，其注意的焦點是放在系列終止位置的訊息上，而未真正偵測整個樣式單位。故研究假設三預測，樣式結構相同但序列終止位置不同的誘導型正確率較基本型來得低，以此顯示僅比對序列最前端與最末端群組的捷思法是偵測重複樣式會採用的策略。此外，研究假設四預測，提供找單位作業前置經驗會改變下一色作業的解題策略，而使有與無此經驗的兩組受試者在預測下一色上產生差異，這是另一個檢驗認知因素會影響樣式偵測的方式。

由於以同色相連且每題僅有兩種元素來設計基本型與誘導型的樣式，型態過於有限，爲增加結果的推論廣度，故本實驗與實驗一類似，除了同色相連之外也採用了複合樣式的類型，此爲完整單位內包含一重複出現的小單位，例如：abcab 中重複出現了 ab。

一、方法

（一）研究對象

本實驗以 8 歲兒童爲對象，採便利取樣從臺北市信義區某國小二年級的三個班級抽取男、女各 20 名，平均年齡約爲 8 歲。研究者與各班老師確認過所有抽樣到的受試者均能正確辨識色彩。之後，將受試者隨機分派到甲、乙組，各 20 名，男女各半，甲組先接受下一色作業，再接受找單位作業；乙組順序相反。

（二）試題結構與材料

本實驗的題型分無重複、基本型、誘導型三類，無重複是指單位內均爲不同的元素，基本型與誘導型則在單位內有重複的元素，且二者單位的結構相同，僅序列終止位置不同，使誘導型的序列前後兩端形成顏色與個數均相同的群組、但序列最前端群組之後的元素並非標準答案。例如：aabaaabaaabaa 即爲誘導型，aabaaabaaaba 則爲基本型，2 題的單位同爲 aaba，只是序列結束的位置不同而已。基本型與誘導型下都包含了一個次要自變項——群組方式，一種爲同色相連，另一爲複合樣式，前述 aaba 即爲同色相連，aa 是同色的元素，而 abcab 則爲複合樣式，亦即 ab 因在單位內以相同順序重複出現兩次，而可能被群組爲一個小單位。兩者的另一個不同之處是，同色相連誘導組最末端的 aa 是跨單位的群組，但複合樣式的群組則非跨單位所組成的。此一次要自變項並不出現在無重複題型，故題型與群組方式是採階層設計。

基於預試結果顯示，單位長度在有限範圍內並不影響 8 歲兒童的正確率，故將單位長度改爲控制變項，所有試題均控制爲單位 4 和單位 5。由於單位 4 無法操弄出複合樣式，故僅在單位 5 有複合樣式，見表 3 的題⑦和⑧。

試題材料與實驗一類似，每道試題是一張紙卡上所呈現的一排色點。題面至少呈現兩個完整單位，元素個數控制在十二至十五個之間。爲避免實驗結果受特定顏色組合的影響，各題皆備有相同試題結構的三種顏色組合以增加推論廣度，8 道試題各有三種顏色組合，分別裝在八個不透明信封袋中。

預試也發現，即使是 8 歲的兒童，未提供標記切割單位的工具仍難以找到重複樣式的單位，平均正確率低於 50%。故正式實驗與實驗一類似，提供牙籤作爲工具。

（三）實驗程序

本實驗的找單位與下一色作業均使用同一道示範題、同一道練習題，以及使用相同的 8 道正式試題。兩作業的施測順序依甲、乙組別而異，甲組先下一色作業、再找單位作業；乙組順序則相反。第一個作業正式施測前，由受試者自每個信封袋中抽出一張卡片，主試者將八個試題洗牌，使每位受試者施測的題序隨機，以避免順序效果對實驗結果的影響。同一受試者在兩作業所接受的試題順序相同。

找單位作業與實驗一的程序與指導語類似。下一色作業不提供牙籤，且指導語強調要根

據重複出現的規則報告「下一個是什麼顏色？」示範時一方面呈現序列，一方面平順無停頓地唸出顏色，同時也以手指平順無停頓地從色點下方直線帶過後，講出序列的下一個顏色。示範後，提供練習題以確定受試者瞭解作業要求。正式施測時，一次呈現 1 題，受試者回答後，主試者會詢問「你怎麼知道是××色？」的理由。施測期間爲 2006 年 1 月中旬，主試者爲本文第二作者，另有 1 位研究生助理負責記錄受試者所說的理由與解題行爲。

二、結果

（一）找單位作業

找單位作業以受試者最後切出的段落是否與試題單位相符來計分，各題型的正確率（正確題數除以細格題數）呈現於表 3。各試題兩組的細格正確率均高達 97%以上，因有數個細格正確率爲 100%而無法進行 ANOVA，故僅呈現描述性資料。此一結果顯示，不論哪一組兒童、何種題型，8 歲兒童均能相當正確地切割出系列色點的單位。

表 3　實驗二甲、乙兩組在找單位與下一色作業中各細格的平均正確率（%）

題型		試題	找單位		下一色	
			甲組（n＝20）	乙組（n＝20）	甲組（n＝20）	乙組（n＝20）
無重複		①abcdabcdabcdabc ②abcdeabcdeabc	100	100	98	100
重複／基本	同色	③aabaaabaaaba ⑤aaabaaaabaaaaba	97	97	92	95
	複合	⑦abcababcabab				
重複／誘導	同色	④aabaaabaaabaa ⑥aaabaaaabaaaabaaa	98	97	27	77
	複合	⑧abcababcababcab				

由於本實驗題②、⑥、⑧的找單位作業和實驗一的題①、③、⑤是相同結構的 3 道題，故彙整起來檢驗年齡的效果，各細格正確率如表 4。逐題進行三個年齡層的百分比差異檢定，結果在無重複題型上沒有差異，$\chi^2(2,\ n=105)=4.26$，後二者則有顯著差異，$\chi^2(2,\ n=105)=12.49$、7.37，$ps < .05$ 經事後比較，2 題均是 8 歲兒童的正確率顯著高於 6 歲和 5 歲，而年齡較小的兩組受試者間則無差異。

（二）下一色作業

下一色作業依受試者所說的第一個答案來計分，各細格正確率見表 3。以各細格正確率爲

表 4　三種年齡層在實驗一和二相同結構的 3 題正確率（%）

題型	5歲（n＝34）	6歲（n＝31）	8歲（n＝40）
無重複	94	100	100
同色相連	74	74	100
複合	68	81	93

依變項，進行組別（2）×題型（3）二因子 ANOVA，組別為受試者間變項，題型為受試者內變項。因違反變異數同質性考驗，故採 Huynh-Feldt 檢定，結果如表 5。兩個主要效果與交互作用均達顯著，故進行單純主要效果考驗。題型效果在甲、乙組均達顯著，$F(2, 67.07)=70.68$，$MSE= .04$，$p < .000$，$F(1.32, 67.07)=10.47$，$p < .01$，Scheffe 事後比較顯示差異都僅在誘導型與另兩個題型的比較上。無重複的甲、乙組正確率（.98, 1.00）與基本型的甲、乙組正確率（.92, .95）都沒有差異，僅誘導型的乙組正確率（.77）顯著優於甲組（.27），$F(1, 105.07)=64.39$，$MSE= .04$，$p < .000$。亦即無論組別，在無重複與基本題型均有高達九成的正確率，而誘導型均顯著低於另兩類題型，且乙組在誘導型的表現顯著優於甲組。

表 5　下一色作業二因子混合設計變異數分析摘要表

變異來源	*SS*	*df*	*MS*	*F*
受試者間	2.53	39		
組別	1.04	1	1.04	26.46**
誤差項	1.49	38	.04	
受試者內	9.72	70.61		68.76**
題型	5.31	1.77	3.01	19.14**
題型×組別	1.48	1.77	.84	
誤差項	2.93	67.07	.04	
全體	12.48	119		

**$p < .01$.

上述結果並不支持假設二，亦即從無重複與基本型沒有差異看來，結構因素對 8 歲兒童解決下一色作業而言，不是重要的影響因素。但支持研究假設三和四，從基本型與誘導型的比較，以及有不同經驗的兩組的比較看來，捷思法或策略是影響 8 歲兒童解決下一色作業的因素。

為了考驗同色相連與複合樣式的差異，以題⑤、⑥、⑦、⑧進行樣式（2）×題型（2）×組別（2）的三因子 ANOVA，結果樣式的主要效果與所有相關的交互作用效果均未顯著，亦

即複合樣式的誘導題⑧之正確率（兩組平均 .45）與同色相連的題⑥（ .48）差不多，複合樣式的基本型題⑦和題⑤也沒有差異（ .90 和 .95），顯示前文符合假設三和四的現象並不是同色相連獨有的。

（三）錯誤類型與行爲紀錄

錯誤類型分析的結果顯示，本實驗 8 歲受試者在找單位作業的 320 個反應，僅 7 題次是錯誤的，其中三個錯誤反應所切出來的單位是等長的，例如：abc/aba/bca/bab/cab，另外 2 題不等長，例如：abc/ababc/abab，以及有 2 題受試者放棄作答。而下一色作業中受試者所有的答案，均是題面上出現過的元素，沒有任何一個錯誤答案超出範圍，符合兒童具備限定原則之概念性知識的預期。而各題錯誤答案都非常一致，題④甲組有 14 人、乙組有 1 人答錯，全部都錯答成 b，題⑥甲組 16 人、乙組 5 人答錯，也全部都答 b，由於這 2 題都僅有兩種元素，限定原則或僅比對最前端與最末端群組之捷思法都可以解釋此種錯誤，而題⑧有三種元素，錯誤的甲組 14 人、乙組 8 人都錯答成 c，則符合僅比對序列最前端與最末端群組捷思法的預測。

行爲觀察顯示，8 歲兒童找單位作業的解題行爲比實驗一的 5、6 歲兒童來得有系統，多數受試者先以 1 根牙籤切出序列最左端的兩、三個元素，檢視牙籤左右兩段的元素序列是否相同，若發現不同，再將牙籤往右移一個間隔，此時牙籤左側元素數增加一個，再一次檢視牙籤左右兩段元素顏色是否相同，當發現牙籤左側所有元素均與右側相對位置的元素一致，便點數左側的元素個數，以此數量將序列切成相同長度的單位。細心的兒童會在擺放完所有牙籤後，重新檢查是否「每一組都長得一樣」。因爲多數 8 歲受試者能完整地比對元素、逐步調整牙籤的位置、仔細點數單位長等等系統性的步驟，找單位作業的正確率接近 100%。

而下一色作業的反應，甲、乙兩組不只正確率不同，解題行爲也不相同。先做找單位作業的乙組受試者，較常以一個單位接著一個單位的方式，或用手指、或口唸顏色，比對整個序列的元素後才回答下一色。詢問其答案的理由，有較多受試者一次回答了若干個顏色，如「後面還要再三個綠色」、「（單位）到這邊已經沒有了，要重頭」。反之，甲組受試者往往沒有看完整個序列，且其據以比對的參照單位也並非完整單位，答題的理由有較多人回答：

> 因為後面這裡有（手指序列最末端）……前面這裡也有（手指移到序列最前端）……所以就是××色……。

顯示有找單位作業經驗在前的乙組，比甲組有更多受試者表現出確認單位的解題策略。

三、討論

彙整實驗一和二相同的無重複、同色相連、複合的色點題結果，可透過三個年齡層的表

現探討結構因素在找單位作業上的發展現象。單位內無重複元素的題型，5、6、8 歲兒童找單位的表現都一樣好，正確率接近 100%，顯示 5 歲以上的兒童都能順利地找到元素對應關係單純的重複樣式之單位；同色相連和複合題型都是 8 歲兒童顯著優於 6 歲和 5 歲兒童，後兩個年齡層沒有顯著差異，搭配其正確率，顯示 5、6 歲的兒童約有七成的兒童可以偵測單位內有重複元素的樣式單位，而到 8 歲時幾乎所有兒童都可以正確找到同色相連與複合樣式的單位。

實驗二的研究假設二未獲支持，亦即在實驗所使用的重複樣式範圍內，單位內有無重複元素的結構因素對於 8 歲兒童找單位與下一色的表現都沒有確切的影響。8 歲兒童在找單位作業上沒有題型效果，而在下一色作業雖有題型效果，然而，從和誘導型結構完全相同的基本型與無重複樣式的正確率相當，以及先做找單位作業的乙組兒童誘導型正確率大幅較甲組兒童高的結果看來，單位內有重複元素的誘導型正確率顯著低於無重複樣式的正確率，宜歸因於策略使用，而非偵測單位的能力問題。

上述結果並不支持樣式結構中先後元素間關係的確定性會影響 8 歲兒童的表現，這和元素間關係不確定會使 4 歲與 5 歲兒童表現較差的文獻（吳昭容、嚴雅筑，2008）發現不同。一種解釋是，本實驗下一色作業的正確率僅以報告一個元素的答案爲計分依據，而之前的文獻則採連續答對至少一個單位的嚴格標準，亦即要確認樣式結構是否影響 8 歲兒童的表現，尙須採用更爲嚴格的計分標準。但研究者寧可相信第二種解釋，就是 8 歲兒童已經能夠解決單位內有重複元素所造成的關係不確定性，因爲本實驗找單位作業的要求應該不亞於連續答對至少一個單位的要求，尤其同色相連題型必須能把數個連續的 a 切到兩個單位，此種抗拒知覺相似性原則的作業要求應具相當的難度。

本實驗支持與解題策略有關的假設三和四，僅在序列終止位置不同的誘導型正確率顯著低於具相同結構的基本型，且有找單位經驗的乙組在誘導型正確率上顯著高於沒有前置經驗的甲組，此一結果指出了策略使用的重要性，同時，也指出有相當高比率的 8 歲兒童具有找到重複樣式單位的能力，但不見得會主動使用。因爲 8 歲兒童在要求較多的找單位作業上幾乎全對，卻在要求較少的下一色作業中正確率較低，且兩作業表現的落差在先做找單位作業的乙組明顯地縮小，顯示兒童在下一色作業上的錯誤，不是因爲欠缺能力，而是解題策略的問題，亦即 8 歲兒童具備在重複樣式中找到單位的能力，但在只要求報告下一色的作業上，部分兒童採用僅比對序列最前端與最末端群組的捷思法，因此會在特殊設計的誘導題上犯錯。上述這種具備但未主動運用能力的問題，通常被稱爲生產性缺陷（accessibility deficiency），與不具備能力的可用性缺陷（availability deficiency）不同（林清山譯，2002）。

不過，受試者在下一色作業的表現較找單位作業差，也不全然是策略之生產性缺陷的問題。本文預試時發現，在沒有輔助工具的情況下要找到重複樣式的單位，解題者工作記憶的負荷會相當重，而本實驗的下一色作業並沒有提供工具，所以，即使意圖以算則法確保解題正確的兒童，也可能因爲欠缺適當的工具，而無法表現得與找單位作業一樣好。這從先有找

單位經驗的乙組兒童，雖然其誘導型的正確率顯著高於甲組的兒童，但與乙組兒童自己在基本型上的表現相比，仍然顯著地差。這樣的現象可以指出，策略的選擇可能會因工作負荷而做調整。

上述與研究目的二有關的研究假設二、三、四之結果，顯示在本實驗所使用的樣式結構的範圍內，結構因素不影響 8 歲兒童偵測重複樣式的表現，8 歲兒童有能力解決單位內有重複元素所產生之不確定的對應關係，而解題表現主要受認知因素的影響。

研究目的三進一步探究影響重複樣式的認知因素，亦即重複樣式的概念性知識與程序性知識，本實驗主要透過錯誤類型分析與行爲觀察加以探討。8 歲兒童在本實驗下一色作業的答案顯示，所有受試者所說的答案即使是錯誤的，也都在該題元素範圍內，符合限定原則；而在找單位作業僅有的七個錯誤中，有三個錯誤是切割成等長的段落，也大致符合等長原則。上述結果支持 8 歲兒童具備重複樣式之限定原則與等長原則的概念性知識。至於程序性知識，本文整理解題流程如圖 6，兒童只要按照下列算則一步步執行，即能正確地找到單位。（一）設定切割點（setting division），一開始是以第一和第二個元素間的間隔（gap）爲切割點；（二）編碼（encoding）：辨認元素，例如辨識圓點的顏色；（三）比對（comparing）：逐一比較切割點前後兩段的元素是否一致；（四）複製或修正的迴路（loop of reiteration or revision）：切割點前後兩段一致，則以切割點前的元素個數爲準，設定第二個切割點，重複圖中右邊的複製迴路；如果有任何不一致，則將 D_1 移到下一個間隔，重複圖中左邊的修正迴路。圖中 k 爲段落的順序編號，i 爲段落長度（或最後的單位長），j 爲段落內元素的順序編號。

首先，設定第一個切割點 D_1 在第一個間隔 G_1 的位置上，亦即設定單位長爲 1，切割點將序列分成兩段，觀察第一段的第一個元素 $E_{1,1}$ 和第二段的第一個元素 $E_{2,1}$，當後者存在，就比對兩者是否一致，如果不一致，且後者不是序列最後的元素，則移動 D_1 到下一個間隔 G_2，亦即重新設定單位長爲 2。直到 D_1 在某個間隔時，前後兩段的第一個元素一致了，則繼續比較前後兩段的第二個元素，直到前段的最後一個元素被比完都一致時，就以 i 爲單位長，增加切割點 D_2 在 $G_{2\times i}$ 上，接著比較第二段和第三段的第一個元素、第二個元素……，重複前述的迴路直到後段的元素被比完爲止。整個切割單位的流程會有兩種終止，一是一直找不到適當的切點，例如：aabacaacabbc，二是以單位長 i 把序列切成 k 段之後，比對到序列最後一個元素都一致。

肆、綜合討論

首先，5、6 歲兒童在易以聲音編碼的色點中正確找到重複樣式單位的比率，顯著較不易聲音編碼的圖形來得高，初步支持元素若能被保留在語音迴路中，會提高與其他元素組成單位、正確切割序列的可能性，也顯示在重複樣式中發現單位的程序性知識中，編碼步驟的重

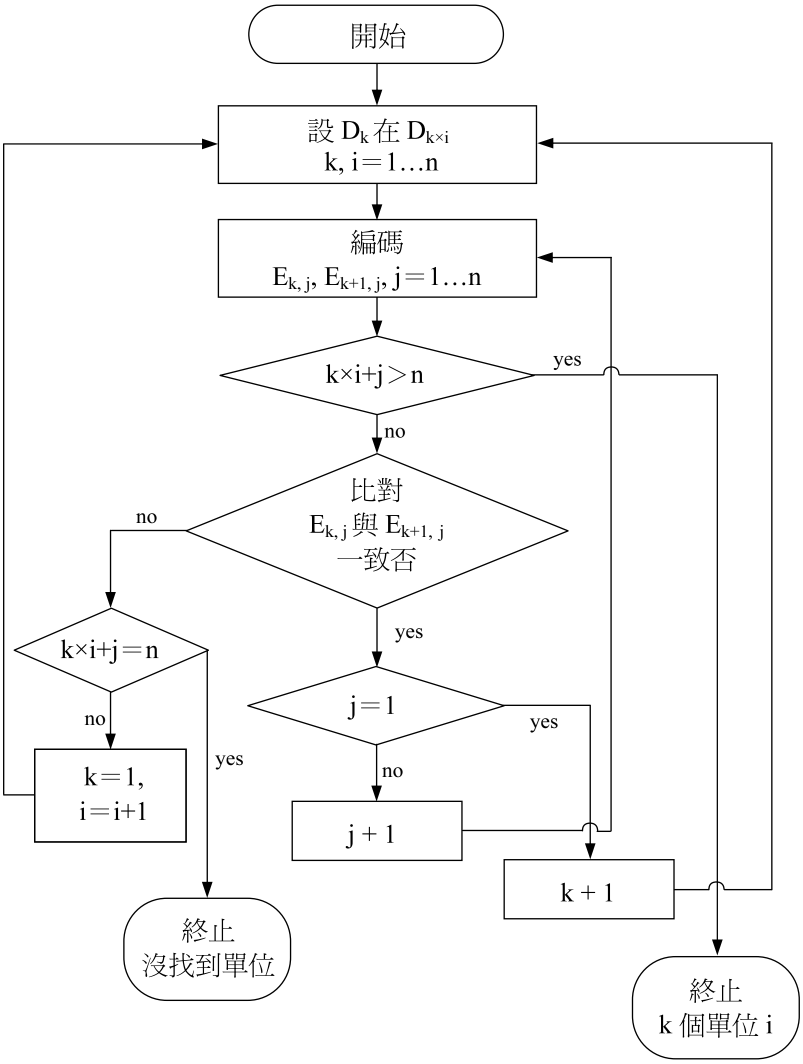

圖6 偵測重複樣式單位的流程圖

要性與可能的運作特性。不過，顏色與圖形之差異不只在語音編碼，顏色在視覺處理上有其獨特的模組，本實驗尚不能排除此一可能性，故後續的研究可採同爲圖形的兩系列元素，以控制視覺處理的可能影響。

其次，實驗一的結果複製了吳昭容與嚴雅筑（2008）的發現，5、6 歲兒童在單位內無重複元素之樣式上切割單位的正確率，顯著優於單位內有重複元素的樣式，且不論後者是知覺性質較強的同元素相連，或是單位內有群組的複合樣式，顯示樣式內元素的對應關係此一結構因素會影響 5、6 歲兒童偵測樣式單位的表現。但類似的結構因素並不影響 8 歲兒童的表現，不論是實驗二的找單位作業或下一色作業，單位內有重複元素的基本型表現都與無重複樣式一樣好。這顯示在本研究所用的樣式範圍內，8 歲兒童已經具備正確偵測樣式單位的能力。

第三，實驗二下一色作業的結果驗證了 Greeno 與 Simon（1974）的主張，結構完全相同的基本型和誘導型，會因序列終止位置不同而正確率明顯有異，顯示能否正確掌握重複樣式，存在著樣式結構之外的認知因素，亦即在延拓下一色的作業上，如果序列最末端與最前端有相同群組，8 歲兒童容易僅比較前後端而導致錯誤。此外，8 歲兒童在有輔助工具的協助下，幾乎百分之百能正確找到重複樣式的單位，但他們並不總是使用這種整合了程序性知識與概念性知識的能力，有時會僅比對序列最前端與最末端群組而犯錯。採用易犯錯的捷思法，會因之前找單位作業的經驗而減少，顯示 8 歲兒童解決重複樣式作業時有生產性缺陷的問題。但即使是先有找單位作業經驗的兒童，在沒有輔助工具協助的下一色作業上仍較有工具的找單位作業的表現差，顯示爲了因應工作記憶的負荷，兒童會變換解題策略。

第四，本研究從 5、6 和 8 歲兒童在重複樣式上找單位的表現指出，其程序性知識包括：設定切割點、編碼、比對、複製或修正的迴路等四個步驟，而概念性知識則包括：限定原則、等長原則，以及有待確認的概念。

圖 6 顯示，尋找樣式單位的解題者在比對 $E_{k,j}$ 和 $E_{k+1,j}$ 的同時，還得記住分出這兩段的切割點位置 $G_{k\times i}$，以及前一個切割點的位置 $G_{(k-1)\times i}$，如此在完成比對後，才能確認單位 i 有多長。本文部分預試未提供兒童記錄切割過程的工具，結果觀察到有些兒童會用左右兩手的手指指著正要比對的元素，此時兩個切割點就全憑記憶，另一些兒童會用一手的手指標示其中一個切割點，另一手指出正在比對的元素之一，此時另一個切割點與另一個元素就得依賴記憶。相對地，正式實驗提供牙籤讓兒童記錄切割點，結果 8 歲兒童正確發現單位的比率幾乎百分之百。報告序列下一元素的作業一般不會提供做記號的工具，從上述的觀察可以想見，兒童在繁重的工作記憶負荷下會選擇採用捷思法，就顯得很合理，同時也顯示有無適當的工具協助減輕偵測單位時的認知負荷，是影響單位發現的重要因素。

本研究提供牙籤作爲工具，又明確要求把序列「切出一組一組都一樣」，可被合理地懷疑，這已指引受試者完成作業的方法，亦即是這樣的指導語和工具讓受試者必然正確解題。然而，同樣條件下實驗一的 5、6 歲兒童並未出現必然正確的表現。同樣在色點試題下，幾乎所有 8 歲的兒童都能正確找到單位，而 5、6 歲兒童在無重複的題①平均正確率爲 .97，但單位內有重複元素的題③與題⑤，則正確率同爲 .74，題①的高正確率顯示 5、6 歲兒童可以理解作業的要求，但題③與題⑤的表現顯示，面對前後元素對應關係不一致的重複樣式，即使有工具協助，且能聽懂指導語，兒童未必能整合解題程序與概念性理解而正確地找到單位。

吳昭容與嚴雅筑（2008）和本文實驗二所採用的下一色作業顯示，至少 4 歲以上的兒童就能掌握重複樣式的元素必然來自題面上出現過的元素，幾乎沒有受試者會回答超出範圍的答案，我們稱此一概念性知識爲限定原則。本文兩個實驗指出，至少 5 歲以上的兒童在找單位作業時就知道重複樣式的單位一定等長，即使無法正確找到單位，受試者仍會以相同個數來切割段落，說明了兒童對於重複樣式是以單位「複製」出序列的本質，有基本的認知，所

以等長原則應該也是重複樣式作業中的概念性知識之一。

此外，很少有受試者在有不同元素的序列中還從第一個間隔開始嘗試切割單位，此種行爲顯示兒童可能意識到唯有單一元素的序列才可能單位長爲 1，但也可能是在牙籤放到第一個間隔 G_1 之前已完成元素的比對，所以直接從 G_2 以後開始執行。這是程序性知識快速執行的結果，還是概念性知識？抑或這就是 procept（「程序成概念」）！想像你在 aaaabaaaabaaaab 尋找可能的單位，當你看到一串 a 之後出現了一個不同的元素 b，你不止不會把牙籤放在 G_1 上，也不會放在這一串 a 中間的 G_2、G_3、G_4 上，你會優先將牙籤放在 b 之後的 G_5。雖然在此情況下，我們仍然可以推測這是程序性知識快速執行的結果，但與其說是腦中快速調整 D_1 在 G_1、G_2、G_3、G_4、G_5 的結果，毋寧解釋爲個體對程序性歷程的體認更爲合理。也就是個體在經驗這類樣式切割點的調整過程，體認到用出現頻率低的元素作爲切割點的參照，可以節省許多調整切割點（亦即圖 6 左邊修正切割點的迴路）的時間、精力。而此種體認，或稱 procept，如果搭配等長原則或進一步比對所產生的段落（亦即圖 6 右邊逐一比對段落內元素的迴路），就有機會既省時省力，又能正確解題。但如果僅以此種體認引導解題，就可能產生如實驗一的「固定以特定元素爲起點或終點」的錯誤反應：aaab/aaaab/aaaab/aa。而「少切」的錯誤類型：aabaab/aabaab/a，也同樣可以從省略掉某些解題程序來解釋，例如：兒童根據系列非單一元素而推知無須從 G_1 開始設定切割點，如果他選擇從 G_4 開始，即使之後他都完整地執行所有步驟，其結果就會切在 G_6 和 G_{12} 上。

所以，個體在歷經了許多重複樣式的經驗之後，將偵測樣式單位的程序物化成一些概念，善用這些概念搭配適當的程序，不只可以節省逐步修改的程序，同時也能避免犯錯。但如果僅使用某些概念性知識，就可能產生捷思法的效果，雖然省時省力卻無法確保正確解題。

本文借用 Baddeley（2001）工作記憶模式與 Anderson（1983）ACT*模式，把上述的結果整理如圖 7。工作記憶的中央執行器一方面會分配視覺空間模版與語音迴路的資源，適合用語音迴路把元素編碼進工作記憶的樣式類型，會提升發現單位的機率。另一方面，中央執行器會從長期記憶中提取程序性知識與概念性知識，當作業要求的程序性知識負荷過重時，會選用負荷較輕的捷思法解決問題。在本文所用的樣式結構上，8 歲兒童在有輔助工具的情況下，具備統整概念性與程序性知識的能力，而能幾乎百分之百地找到重複樣式的單位，但一方面有生產性的缺陷，不會總能主動運用這樣的能力；另一方面在欠缺輔助工具時，爲因應過重的認知負荷，還是會採用捷思法。相對地，5、6 歲兒童雖然在找單位作業上展現具備限定原則與等長原則的知識，但可能因爲沒有執行所有必要的程序，或是認知資源比 8 歲兒童更爲不足，而會有較多的受試者無法正確地偵測單位。

本文使用的是長時間呈現的視覺材料，這使解題者可以隨時檢視題面上的各個元素，也容易在元素間記錄切割點與進行比對。但生活或科學上的重複樣式可能是稍縱即逝的事件，也可能一個元素之後要間隔很久才能觀察到第二個元素，要從中發現規律，就需要符號化後

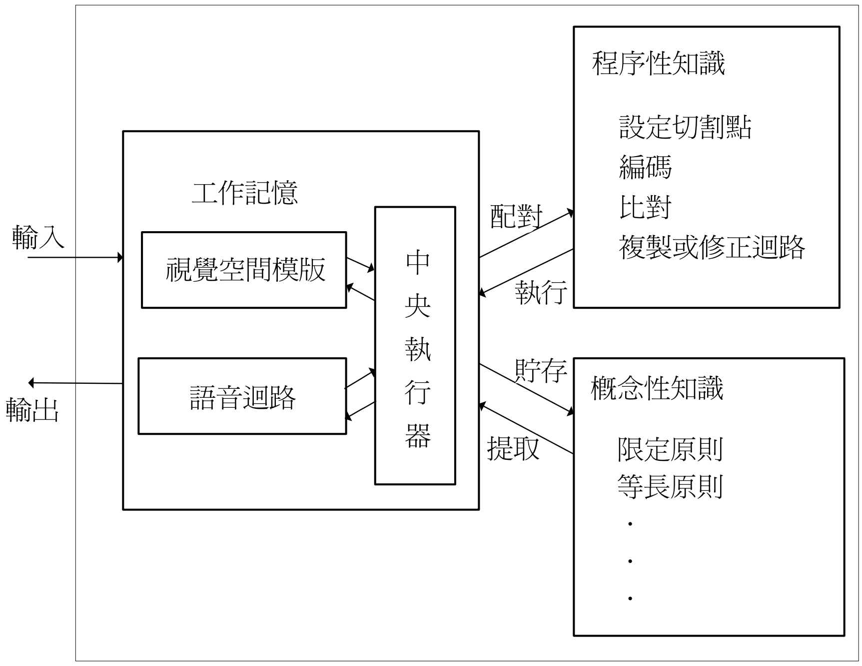

圖7　發現重複樣式之單位的認知模式

加以記錄，或是仰賴記憶，此時所需要的符號表徵能力與認知負荷，就更勝於圖 7 所示。

本研究指出發現重複樣式是一種早期發展的數學能力，相較於數數被大量研究，重複樣式的程序性與概念性知識尚有很大的探究空間。解決重複樣式作業中的兩種知識，其發展是孰先孰後，也能豐富數學能力發展順序之四種觀點的辯論，以及思考課程安排的順序。

誌謝

本研究承蒙國科會（計畫編號：NSC94-2521-S152-009）的經費支持，特此致謝。感謝蔣治邦教授對本文陳述順序的建議，尤其在理論統整上的提醒，也感謝匿名審查委員的指正。

參考文獻

一、中文文獻

吳昭容、嚴雅筑（2008）。樣式結構與回饋對幼兒發現重複樣式的影響。**科學教育學刊，16**（3），303-324。

【Wu, C.-J., & Yen, Y.-C. (2008). The effects of pattern structure and feedback on repeating pattern finding in kindergarten students. *Chinese Journal of Science Education*, *16*(3), 303-324.】

林清山（譯）（2002）。**教育心理學：認知取向**（R. E. Mayer 著，Educational psychology: A cognitive approach）。臺北市：遠流。（原著出版於 1987 年）

【Mayer, R. E. (2002). *Educational psychology: A cognitive approach* (C.-S. Lin, Trans.). Taipei, Taiwan: Yuan-Liou. (Original work published 1987)】

洪明賢（2003）。**國中生察覺數形規律的現象初探**。國立臺灣師範大學數學研究所碩士論文，未出版，臺北市。

【Hung, M.-H. (2003). *The study of phenomena for the junior high students on pattern regularity*. Unpublished master's thesis, National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan.】

洪萬生（2005）。從程序性知識看《算數書》。**師大學報：人文與社會類，50**（1），75-89。

【Hung, W.-S. (2005). Procedural aspects of mathematical knowledge in the "Suan Shu Shu". *Journal of National Taiwan Normal University: Humanities & Social Sciences*, *50*(1), 75-89.】

曾世杰、邱上真、林彥同（2003）。幼稚園至國小三年級學童各類唸名速度能力之研究。**師大學報：教育類，48**（2），261-290。

【Tzeng, S.-J., Chiu, S.-C., & Lin, Y.-T. (2003). The development of naming speed in K-3. *Journal of National Taiwan Normal University: Education*, *48*(2), 261-290.】

二、外文文獻

Anderson, J. R. (1983). *The architecture of cognition*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Baddeley, A. D. (2001). Is working memory still working? *American Psychologist, 56*(11), 849-864.

Baroody, A. J. (2003). The development of adaptive expertise and flexibility: The integration of conceptual and procedural knowledge. In A. J. Baroody & A. Dowker (Eds.), *The development of arithmetic concepts and skill* (pp. 1-33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Economopoulos, K. (1998). What comes next? The mathematics of pattern in kindergarten. *Teaching Children Mathematics, 54*(4), 230-233.

Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer-Verlag.

Fuson, K. C., & Briar, D. J. (1990). Base-ten blocks as a first and second-grade learning/teaching approach for multidigit addition and subtraction and place-value concepts. *Journal for Research in Mathematics Education, 21*, 180-206.

Garrick, R., Threlfall, J., & Orton, A. (1999). Pattern in the nursery. In A. Orton (Ed.), *Pattern in the teaching and learning of mathematics* (pp. 1-17). London: Cassell.

Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Gray, E. M., & Tall, D. O. (1994). Duality, ambiguity, and flexibility: A "proceptual" view of simple arithmetic. *Journal for Research in Mathematics, 26*(2), 116-140.

Greeno, J. G., & Simon, H. A. (1974). Processes for sequence production. *Psychological Review, 81*(3), 187-198.

Hiebert, J. (1986). *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Hiebert, J., & Wearne, D. (1985). A model of students' decimal computation procedures. *Cognition & Instruction, 2*(3&4), 175-205.

Hiebert, J., & Wearne, D. (1992). Links between teaching and learning place value with understanding in first grade. *Journal for Research in Mathematics Education, 23*, 98-122.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *The principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

Orton, A. (1999). *Pattern in the teaching and learning of mathematics*. London: Cassell.

Owen, A. (1995). In search of the unknown: A review of primary algebra. In J. Anghileri (Ed.), *Children's mathematical thinking in the primary years: Perspectives on children's learning* (pp. 124-147). London: Cassell.

Papic, M. (2007). Promoting repeating patterns with young children: More than just alternating colours. *Australian Primary Mathematics Classroom, 12*(3), 8-12.

Resnick, L. B., & Ford, W. W. (1981). *The psychology of mathematics for instruction*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Rittle-Johnson, B., & Siegler, R. S. (1998). The relation between conceptual and procedural knowledge in learning mathematics: A review. In C. Donlan (Ed.), *The development of mathematical skill* (pp. 75-110). Hove, UK: Psychology Press.

Rittle-Johnson, B., & Star, J. R. (2007). Does comparing solution methods facilitate conceptual and procedural knowledge? An experimental study on learning to solve equations. *Journal of Educational Psychology, 99*(3), 561-574.

Schoenfeld, A. H. (1986). On having and using geometric knowledge. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 225-264). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Taylor-Cox, J. (2003). Algebra in the early years? *Young Children, 58*(1), 14-21.

Threlfall, J. (1999). Repeating patterns in the early primary years. In A. Orton (Ed.), *Pattern in the teaching and learning of mathematics* (pp. 18-30). London: Cassell.

Vitz, P. C., & Todd, T. C. (1969). A coded element model of the perceptual processing of sequential stimuli. *Psychological Review, 76*(5), 108-117.

Warren, E. (2005). Patterns supporting the development of early algebraic thinking. In P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce et al. (Eds.), *Building connections: Research, theory and practice* (Vol. 2; pp. 759-766). Sydney, Australia: MERGA.

Warren, E., & Cooper, T. (2006). Using repeating patterns to explore functional thinking. *Australian Primary Mathematics Classroom, 11*(1), 9-13.

Wearne, D., & Hiebert, J. (1988). Constructing and using meaning for mathematical symbols: The case of decimal fractions. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grade* (Vol. 2; pp. 220-235). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Journal of Research in Education Sciences
2010, 55(1), 1-25

How Do Children Find Patterns in Reiteration? Procedural Knowledge and Conceptual Knowledge in Identifying Repeating Patterns

Chao-Jung Wu
Department of Educational Psychology and Counseling,
National Taiwan Normal University
Associate Professor

Chien-Hui Hsu
Department of Psychology and Counseling,
National Taipei University of Education
Graduate Student

Abstract

Children who explore repeating patterns are able to grasp the regularity in the world and develop algebraic thinking. The authors studied five- to eight-year-old children to investigate how procedural knowledge and conceptual knowledge are used in identifying repeating patterns. Procedural knowledge comprises setting boundaries, encoding, comparing, and loop of reiteration or revision, and conceptual knowledge includes the principles of restricted and equal-length, among others. The procedural and conceptual knowledge of repeating patterns could be interpreted by a "procept". The eight-year-old children could integrate the procedural and conceptual knowledge to find the patterns, but they had accessibility deficiency and adopted the heuristics only occasionally. The five- and six-year-old children showed evidence of two principles, but some could not integrate the procedural knowledge. Results were applied to the Working Memory Model (Baddeley, 2001) and the ACT* Model (Anderson, 1983).

Keywords: repeating pattern, heuristic, procedural knowledge, conceptual knowledge

Corresponding Author: Chao-Jung Wu, E-mail: cjwu@ntnu.edu.tw