

連宥鈞、吳昭容（2020）。

手勢融入範例對低能力學生運算與幾何學習的影響。

臺灣數學教育期刊，7（2），45-70。

doi: 10.6278/tjme.202010_7(2).003

手勢融入範例對低能力學生運算與幾何學習的影響

連宥鈞¹ 吳昭容²

¹ 國立臺灣師範大學高等教育深耕計畫辦公室

² 國立臺灣師範大學教育心理與輔導學系／學習科學跨國頂尖研究中心

體現認知的研究發現，學生在幾何學習時以手勢配合描摹幾何圖，比起限制手勢所獲得的學習效果好，但在非幾何的材料上卻不一定有此體現效果。本研究以整數加減運算與平行線截角性質為材料，並經測驗篩出整數加減運算尚不純熟的七年級生進行實驗。在 18 位受試者的前導實驗以改善範例、練習，和程序之後，正式實驗的 52 位學生被隨機分派到使用手勢的實驗組與無手勢的控制組，進行範例學習與後測。三至四個月之後進行延宕測驗與訪談。結果顯示，兩組在整數加減的學習時間、答對率，以及認知負荷皆無顯著差異，但在延宕測驗答對率中有四種題型顯現組間顯著差異。平行線截角性質的實驗組後測遠遷移題答對率比控制組高，此一效果未出現在延宕測驗。綜合實驗一和二，在已學過的整數加減運算上未見手勢的效果，而在未學過的幾何教材上，描摹具有即時效果，但未具保留效果。體現認知效果在數學教育的實徵研究與實務應用上，尚有廣大的發展空間。

關鍵字：體現認知、範例、認知負荷、學習遷移

通訊作者：吳昭容，e-mail：cjwu@ntnu.edu.tw

收稿：2020 年 7 月 20 日；

接受刊登：2020 年 10 月 19 日。

Lien, Y. C., & Wu, C. J. (2020).

The effects of gesture on low-ability students' learning of arithmetic and geometry using worked examples.

Taiwan Journal of Mathematics Education, 7(2), 45-70.

doi: 10.6278/tjme.202010_7(2).003

The Effects of Gesture on Low-Ability Students' Learning of Arithmetic and Geometry Using Worked Examples

Yu-Chun Lien¹ Chao-Jung Wu²

¹ Higher Education Sprout Project Office, National Taiwan Normal University

² Department of Educational Psychology and Counseling / Institute for Research Excellence in Learning Science,
National Taiwan Normal University

Research on embodied cognition has found that students who use gestures to trace geometric figures while learning geometry perform better than students who restrict their use of gestures. However, this effect may not appear in non-geometric learning. This study investigates this through the tasks of adding and subtracting integers and angle relationships involving parallel lines. The participants were low-ability seventh graders unable to master integer addition and subtraction on a screening test. A pilot study was conducted with 18 seventh graders, and the results were used to improve the worked examples, practices, and procedures. In formal experiments, 52 students were randomly assigned to experimental and control groups, where they studied worked examples either with or without gestures. A delayed test and interview were conducted three to four months after the experiment. The results showed that the experimental group did not differ from the control group in learning time, cognitive load, and accuracy in Experiment 1, but the accuracy of the two groups for the four question types was different in the delayed test. In Experiment 2, the accuracy of the experimental group was higher than that of the control group on the post-test far transfer problems. However, this effect was not observed in the delayed test. In summary, the present study found good gesture design combined with examples that participants have learned, enhance student learning. Also, for geometric materials that participants have not learned, gestures led by principles in textbooks can greatly enhance learning. Both the research and practice of mathematics education has considerable potential to explore the effect of embodied cognition.

Keyword: embodied cognition, worked example, cognitive load, transfer

Corresponding author : Chao-Jung Wu , e-mail : cjwu@ntnu.edu.tw

Received : 20 July 2020;

Accepted : 19 October 2020.

壹、緒論

數學是一門需要學習者動用大量認知資源的學科，對於抽象符號與圖像的理解是剛升上國中的學生在數學學習中需要解決的難題之一，包括學習負數運算以及幾何性質的應用。為了使數學低能力的中學生擁有良好運算與幾何的心智表徵，各種降低學生認知負荷的方法，例如：利用範例、以圖輔助，或者加入手勢常能促進學習（Hu, Ginns, & Bobis, 2015; Kalyuga, 2009; Richland, Stigler, & Holyoak, 2012）。

心理學家與教育學者已發現手勢、姿勢，或操弄教具不只有助於表達想法、促進聽者的理解，同時還能促進知識的建構（Alibali & Nathan, 2012; de Koning & Tabbers, 2011; Pouw, Van Gog, & Paas, 2014），例如以手指在閱讀材料中的文字或圖像上比劃、運用肢體操作教具，或模仿教練的動作都有助於認知活動，此一議題稱為「體現認知（embodied cognition）」¹。也有研究支持描摹（tracing）能提升中小學生的幾何學習效果，且有效降低認知負荷（Du & Zhang, 2019; Ginns, Hu, Byrne, & Bobis, 2016; Hu et al., 2015; Yeo & Tzeng, 2020），但體現認知對非幾何教材、數學運算的效果則實徵證據不一致，有支持的（Ginns et al., 2016; Goldin-Meadow, Cook, & Mitchell, 2009），也有不支持的（Yeo & Tzeng, 2020）。本研究除了針對七年級整數運算有困難的學生重複驗證體現認知在幾何學習上的效果之外，也以整數加減運算設計體現認知特性的介入方式，探究體現認知在非幾何教材上的效果。

低能力的學生在學習新知時較難從高認知負荷的方法中獲益，所以需為其發展認知負荷較低的教材，而之前的研究已指出從範例（worked example）學習比起傳統問題解決式的學習更能讓學生在學習新的教材上有良好的表現，也感受到較小的認知負荷（Retnowati, Ayres, & Sweller, 2010; Sweller & Cooper, 1985; Schwonke, Renkl, Krieg, Wittwer, Aleven, & Salden, 2009; Schwonke, Renkl, Salden, & Aleven, 2011），此外，在探討體現認知在中小學數學學習之實徵研究也常採用範例學習的派典（Du & Zhang, 2019; Ginns et al., 2016; Hu et al., 2015; Yeo & Tzeng, 2020），範例不僅適合低能力學生，而且適合用來示範手勢。因此，本研究的目的為：同在範例學習的框架下，比較融入了手勢的實驗組與未融入手勢的控制組受試者的數學學習成效，教材範圍擴充至非幾何性質的整數加減運算學習，同時複製過去平行線截角性質的幾何學習研究，並將研究對象的範圍限縮在低能力的學生上。

一、體現認知的理論與實徵研究

個體成長的過程中，身體參與學習是不可或缺的。「體現認知」主張認知依賴身體的感官動作經驗，而感官動作又與環境有所互動，因此與人類心智相容的身體條件是學習的基礎，身體以適切的方式與環境互動所產生的經驗影響著個體的發展與學習（Pouw et al., 2014）。例如人們

看到鐵鎚會知道它是重物、看到文字的「鹹」與「甜」便能在腦海中想像味道，皆是因為我們有最初的身體經驗帶領我們擁有這些認知。

身體的參與何以有助於認知活動呢？兩個常被提到的觀點，一是認知卸載（cognitive offloading），另一是特定模態痕跡的再活化（reenact modality-specific trace）（Hall & Nemirovsky, 2012; Risko & Gilbert, 2016; Sweller, van Merriënboer, & Paas, 2019; Wilson, 2002）。認知卸載主張外在的姿勢或操弄可以降低內在的心智操弄，進而降低認知負荷；典型的例子是，我們會不由自主地歪頭來配合閱讀歪斜的文字；又例如心算讓大腦承載了所有的認知負荷，扳手指可以降低抽象思考與記憶的負擔。痕跡活化主張離線的認知是以身體為基礎的（offline cognition is body based），姿勢或動作可以再度活化學習時知覺動作的記憶痕跡，進而促進概念提取與理解，此一觀點與 Piaget 和 Bruner 主張形式或符號的表徵源自動作的論點一致；認知心理學的多個研究議題，如心像、工作記憶、情節記憶、內隱記憶、問題解決，有許多行為或神經的發現支持此主張（Wilson, 2002）。例如認知神經的研究顯示，當抓取任務中的受試者看到長方體模型以直立的、容易抓取的方向擺放在桌上，則視覺訊號會刺激大腦的運動區域使其活化，以準備抓取此物，但若以橫向的、不易抓取的方向擺放，則此時大腦的運動區域不會活化，顯現了環境、知覺，與認知活動的關聯。

運用知覺動作的多模態（multimodalities）促進學習早有淵源。二十世紀初期，Montessori 利用剪成字母形狀的砂紙來教導幼童習寫文字，幼童聽到老師唸出來的語聲、眼睛看到砂紙的形狀、感受手指在砂紙上描摹字母的觸覺，讓多種知覺動作整合在字母學習中（引自 Hu et al., 2015）。晚近也有多種學習主題以實徵研究驗證知覺動作對學習的效果，包括水循環（Tang, Ginns, & Jacobson, 2019）、心臟結構（Macken & Ginns, 2014）、幾何（Hu et al., 2015）、數的等量公理（Goldin-Meadow et al., 2009），比較有手勢參與的實驗組與限制動作的控制組，都得到實驗組比控制組表現來得好的結果。

Goldin-Meadow、Nusbaum、Kelly 與 Wagner（2001）的研究指出，手勢可以降低認知負荷，讓受試者在同步執行的第二項記憶作業上表現得較佳。大學生與九歲孩童個別地在黑板上完成數學解題（如： $x^2 - 5x + 6 = () ()$ ，或 $4 + 5 + 3 = \underline{\quad} + 3$ ），每解完一題會有一串記憶項目（字母或詞彙），接著解釋解題，最後回憶記憶項目。每位受試者都會經歷兩種解釋情境：一是可以藉由指示性手勢（pointing gesture）圈點、連線或是描摹黑板的字來解釋；另一為手被限制在桌面上，單純以口頭解釋黑板上的算法。刪除在後一種情境出現手勢的受試者後，有效樣本是 32 位大學生與 26 位孩童。結果顯示，兩組在有手勢的情境下能回憶出來的項目數皆顯著高於無手勢的情境，也就是測得的記憶廣度較大。所以 Goldin-Meadow 等人認為，手勢在解釋的歷程中分擔了一些認知任務，使得受試者能保有較多的認知資源，進而能記憶更多的字母或詞彙。

那是否只要加入任意動作都能促進學習者的學習表現呢？答案是只在動作有配合著認知歷程時才能促進學習。Mavilidi、Okely、Chandler、Domazet 與 Paas（2018）將 120 位平均年齡 4.7

歲的幼兒隨機分派為四組，進行四週 1 到 20 的數字學習課程，並施測包括 20 以內的順數、逆數、數物、認數字、讀數字、數線估計、數字大小比較等多個數字作業。整合組學習數字時，學生須配合地上排成一直線的數字數線移動身體，例如：當老師要求學生從 1 數到 20，學生須邊數邊依序踩著數線上的數字；非整合組則做與學習內容無關的移動，例如：當老師要求學生從 1 數到 20，學生須邊數邊繞著教室周圍走；觀察組坐著進行數字學習，同時會看到整合組幼兒在旁學習的動作；控制組也是坐著學習，既無身體參與也無觀察別組動作。結果顯示，整合組的學習表現優於其他三組，但在非整合組中的表現卻與控制組無顯著差異，而觀察組的學習表現最差，比整合組與非整合組差，而與控制組無顯著差異。此篇研究也說明了當肢體動作與數學教材內容互相配合來做教學設計，則能促進學生的學習成效。但當動作僅是學習時做出的無意義舉動，並不會影響學習者的認知歷程。

二、幾何與非幾何的體現認知研究

在數學教學中，老師常會使用肢體語言來提升學生的注意力與促進學習，其中最常見的便是描摹與指示性手勢。Hu 等人（2015）的實驗一便想知道描摹與指示性手勢的方式能否有效提升學生的學習成果，並降低認知負荷。他們以平行線截出對頂角相等、同位角相等、同側內角互補的範例作為教材，將 42 位國小五年級的學生隨機分為兩組，描摹組在範例學習時被教導用手指描摹教材，控制組則將手固定放於膝上。結果發現，在遠遷移測驗的部分，描摹組比控制組的正確率顯著高，且感受到顯著較低的難度。而實驗二為了釐清多模態的效果，增加了懸空描摹的組別，結果在紙上描摹的優於懸空描摹的、懸空描摹的又優於控制組。Hu 等人認為控制組僅視覺參與，懸空描摹則有視覺和體感，紙上描摹組整合了視覺、體感，和觸覺，亦即整合越多感官動作的學習方式，其效果越好。

既然描摹對於平行線這樣的教材是一種良好的教學與學習方式，那是否可以推論至其他幾何學習的教材呢？於是 Ginns 等人（2016）在實驗一中便如法炮製的對 52 名六、七年級的學生改以三角形外角定理為教材實施幾何學習的研究。他們將學生分兩組，其中一組教導其用自己的手指做描摹學習，另一組要求學生將手放於膝上，是為控制組。而此次研究結果發現，在後測近遷移題中兩組成績與認知負荷皆無顯著差異；遠遷移題中描摹組的成績仍舊顯著高於控制組的成績，但兩組的認知負荷無顯著差異，部分支持了描摹教學可以推廣至其他幾何教材。

但描摹的有效性是否僅限於幾何這類明確具有空間特質的教材呢？許多文化都顯示數數和心算常伴隨手勢，這被認為與數量的內在表徵具空間性有關（*spatial-numerical associations*），且多感官的參與有助於數量的表徵（Fischer & Brugger, 2011）。但也有學者主張手指的外在表徵雖有助於初期數量概念的發展，但持續使用手勢不利於形成數的抽象概念（Moeller, Martignon, Wessolowski, Engel, & Nuerk, 2011）。這種衝突的觀點也顯現在實徵結果上。前文 Mavilidi 等人

(2018) 發現了體現認知具有促進幼兒數概念發展的效果。Goldin-Meadow 與其夥伴 (Goldin-Meadow et al., 2009) 以三、四年級學生為對象，教導涉及等量公理的加法等式解題，例如 $2+5+8 = __+8$ ，控制組僅用口語指導；正確姿勢組則口語指導的同時，搭配以食指與中指成 V 字形指著 $2+5$ ，接著再用食指指著填空線；部分姿勢組則以 V 型手勢指著 $5+8$ ，接著再指著填空線，結果後測的解題正確率為正確姿勢組顯著高於部分姿勢組，部分姿勢組也顯著高於控制組。Ginns 等人 (2016) 的實驗二以四年級學生驗證了整數運算的體現認知效果。他們以多步驟整數四則運算的範例做為學習材料，並要學生在範例學習時依算式的運算順序對要進行計算的括弧與運算符號做描摹的動作。而後測的近遠遷移題的結果顯示，描摹組的成績顯著高於控制組，但在認知負荷上，兩組並沒有顯著差異。前述三篇文獻顯示了體現認知的有效性或許並不局限於幾何教材，然而 Yeo 與 Tzeng (2020) 在指數律上的嘗試並未呈現體現認知的效果。Yeo 與 Tzeng 在其實驗二指導 72 位六年級學生運用描摹學習指數律的範例。受試的學生分為兩組，實驗組學習時使用手指描摹底數和指數的數字符號；控制組則是要求其將手放在膝上學習。結果顯示，兩組在近遠遷移測驗的成績以及認知負荷上皆無顯著差異，表示描摹並不能促進指數律的學習。這些運算相關的體現認知研究，提示了描摹數字可能不是促進運算知識的好方法，手勢應該與運算知識結合，例如食指與中指的 V 型手勢與數字合併的意義一致，才有助於運算原理的學習。

此外，有些研究者質疑手指描摹是否僅僅是因為吸引學生的注意力而讓學生專注於學習教材，才使學習表現變更好，而非因為描摹的動作具有空間性質使認知負荷減少。為了回應這項質疑，Du 與 Zhang (2019) 便在他們的研究中的實驗一將 94 位五年級學生分三組，並沿用 Hu 等人 (2015) 的平行線的教材。一組學習時教導其使用自己的手指進行描摹；一組要求其學習時手放於膝上，但是他們使用的範例中的圖示上指定的位置會有線索標註，以吸引其注意力；最後一組要求其學習時手放於膝上，視為控制組。而研究結果顯示，在後測近遷移題中成績的部分，描摹組顯著高於線索組與控制組，但此兩組沒有顯著差異，但認知負荷三組皆無顯著差異；而在遠遷移題中成績的部分，描摹組顯著高於線索組，線索組顯著高於控制組。認知負荷的部分，控制組感知到的難度顯著高於線索組，線索組感知到的難度顯著高於描摹組。所以由此研究成果可見，描摹除了使學生集中注意力外 (Cosman & Vecera, 2010)，還有其他有助於增加學習成效的要素。

三、整數加減運算的教材分析與研究

整數運算對中學數學的學習至為關鍵，但要從具體的正數擴展到抽象的負數有許多障礙。Fuadiah 與 Suryadi (2017) 以來自三所中學、學過整數概念與運算的 96 名七年級學生進行測驗，內容包括整數的先備知識、概念、運算、原則，和解題。結果顯示學生普遍在五個面向都有困

難，比率達到 50–90%。其中在負數運算部分，有近 75%的學生無法掌握含有負整數的加減運算，更有高達 95%的人在進行含有負數的減法運算上有困難，顯示涉及負數的加減運算特別困難。有 85%的學生會誤用一些運算的規則，例如以為 $36 - 17 = 17 - 36$ 而誤用交換律，或者以為 $-10 - 12 - 5 = -10 - (12 - 5)$ 而誤用結合律。另一種常見的錯誤，便是誤用「負負得正」、「正負得負」、「負正得負」的計算規則，上述的三種計算規則應是屬於乘法，但此研究指出有些學生將此三種規則誤用在整數的加減運算中，導致 $19 + (-6) = -25$ 、 $-31 + (-8) = 39$ 以及 $-10 - 12 = 22$ 的錯誤運算。

Janiver 將整數加減運算的教學模式分為平衡模式 (equilibrium model) 和數線模式 (number-line model) (引自 Hativa & Cohen, 1995)，前者把數視為兩類「相反」(opposite) 的元素，如同黑白的棋子可相互抵銷，加的運算就被定義為合併，而減的運算是取走或是加上相反數；後者則將數表徵為數線上的位置或是在數線上的移動，加的運算被定義為位置或移動的合併，而減的運算是移動方向的逆轉。目前台灣中學教科書多採用數線模式來設計整數加減教材。

Moreno 與 Mayer (1999) 以數線模式發展能區隔性質符號與運算符號意義的數位化平台，用來協助學生連結整數加減的概念性知識與程序性知識。在一開始實驗組的電腦螢幕會出現 8 題運算題目供受試者自行選擇想做哪題，以 $4 - (-5) = 9$ 為例，選完題目的實驗組受試者會在電腦螢幕上看到一隻兔子在數線上 0 的位置，並且螢幕會顯示指導語以及電腦語音告訴學習者需要進行的操作，如圖 1 所示，螢幕上會出現按鍵告訴受試者如何操作兔子往左或是往右移動以及頭必須面向左邊或是右邊，而第一步是操作兔子從 0 移動至被加(減)數在數線的位置，本例為 4。第二步為觀察運算符號為加、減號來調整兔子面對數線的右邊或左邊，本例為減號，因此受試者操作兔子面向左邊。第三步為依據被加(減)數的性質符號來操作兔子往前跳或往後跳，本例是 -5 ，因此操作兔子往後移 5 步，此時兔子在數線上的位置即為答案。螢幕右下方四個按鍵用「Face Right」、「Face Left」來操作運算符號(例如圖 1 的減號)，用「Jump Fwd」、「Jump Back」來操作數字的正負號，Moreno 與 Mayer 認為這樣有助於學生區隔「+」「-」是性質符號或運算符號。若答案不對，螢幕會顯示受試者答案是錯的，可以再做一次題目。對照組的電腦螢幕同樣也會出現與實驗組一樣的 8 題供受試者自行選擇想做哪題，其中，做過的題目亦可以再做一次，若答案不對，螢幕也會顯示告訴受試者答案是錯的。實驗進行四節課，每名受試者皆能做到 64 個題目。結果顯示實驗組後測較前測的進步幅度比控制組顯著較大。然而 Moreno 與 Mayer 對控制組並無教學，所以實驗組的正向效果只能說比讓學生嘗試錯誤來得好。

Bossé、Lynch-Davis、Adu-Gyamfi 與 Chandler (2016) 透過訪問教師如何教導數線正負數的運算，來說明數線在建立表徵上的優點與限制。結果發現，在加法上，不論正整數或負整數相加，數線模式多數能形成適合的對應表徵，但減去負數則較難清楚說明。例如以數線模式教導 $-3 - (-5) = 2$ 時，有老師的說明是以一個小人原本在數線 -3 的位置上面面向右邊，但遇到減號所以轉而面向左邊， -5 的意思便是往後走 5 步走到 2 的位置。此操作法與 Moreno 與 Mayer

(1999) 在數線模式發展的數位化平台中使用的方法一致，只是將操作物件由兔子改為一個小人。但 Bossé 等人認為，雖然答案上是對的，但操作與概念理解並無直觀的連結，難以清楚解釋為何被減數經過減法運算得到的結果反而變大。本研究認為 Moreno 與 Mayer 的數線模式具有發展成符合體現認知觀點的潛能，若讓學生以手勢代替平台的兔子，以手指方向和移動來表徵正負與大小變化，而不僅僅在算式上描摹，會更符合數量的空間性 (Fischer & Brugger, 2011)。

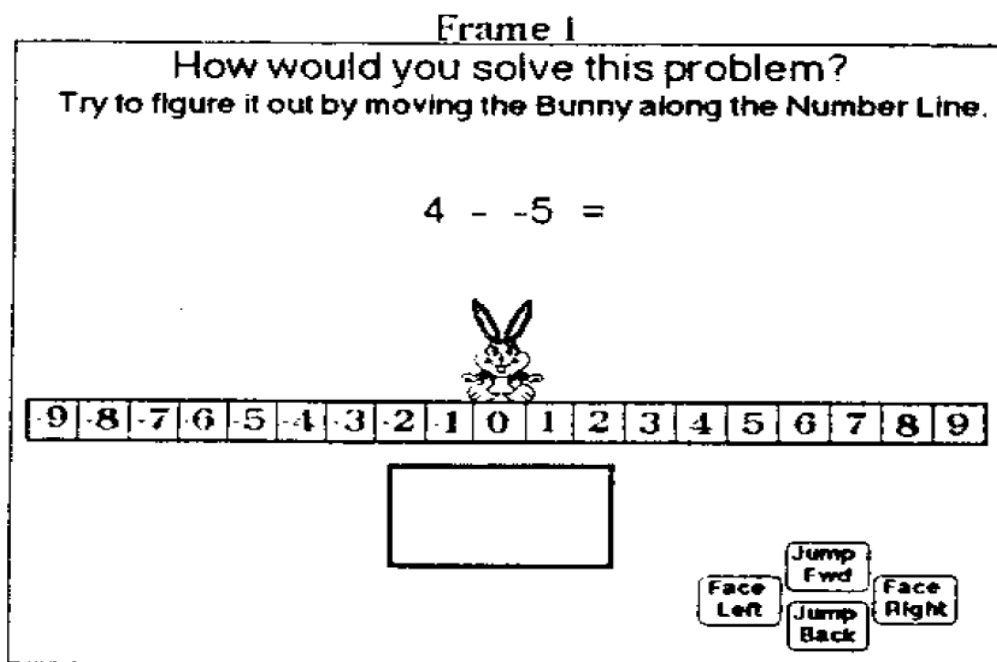


圖 1 整數加減運算在多表徵的數位學習過程。取自 Moreno & Mayer, 1999, p. 224。

四、範例學習的理論與研究

前文探討中小學數學學習的體現認知效果之實徵研究，有多篇是採用範例進行學習的 (Du & Zhang, 2019; Ginns et al., 2016; Hu et al., 2015; Yeo & Tzeng, 2020)。「範例」意指除了問題之外，還給予解題步驟以及解說的學習材料，通常範例會搭配類似題解題一併學習。比起單純問題解決式的學習，範例學習能讓學習者有較佳的學習效果、較低的認知負荷 (Retnowati et al., 2010; Sweller & Cooper, 1985; Schwonke et al., 2011)。Sweller (2006) 認為人們在解決新任務時，工作記憶會以兩種方式運作：借用 (borrowing) 或隨機生成 (randomness as genesis)。借用是從長期記憶中活化既有的舊知識，將新任務的訊息加以同化；隨機生成則因長期記憶中沒有能夠幫助新任務的知識，所以人們透過隨機生成一些新方法來嘗試，隨後保留能夠幫助任務的內容。借用的方式因新訊息能夠與舊知識產生有意義的聯結，大腦所承受的負荷自然會比隨機生成方式來得小。所以在範例學習上，因有給予學習者詳盡的步驟與解說，使其能夠順利提取舊資訊並減少無關的隨機生成，而達成較效率、低負荷的學習。Van Gog、Paas 與 Van Merriënboer (2004)

更提到不同於問題解決，接受範例學習的人們可以將問題中新資訊結構化，並依序完成解題步驟來得到答案。在這樣的過程中，學習者會對新知識產生良好的基模，以利未來的遷移。

實徵研究上有許多支持範例學習比問題解決學習成效來得好的案例，尤其是能力、經驗不足的對象特別能凸顯範例的效果。Sweller、Ayres、Kalyuga 與 Chandler (2003) 認為，隨著經驗與能力的提升，學習者對於某些問題已學會一些解決方式並已自動化，此時若以範例學習提供問題解決的方法，範例的訊息可能會是多餘的資訊，導致增加學習者的認知負荷。因此，近年來相關的研究已經不需要探問範例學習是否比問題解決學習法來得好，而在探討何種設計的範例學習能更有效果。Atkinson、Derry、Renkl 與 Wortham (2000) 回顧了許多範例學習的文獻，提出須留意三個因素。第一是範例內的特徵，例如範例與解說或圖示的空間配置；第二是範例間的搭配，像是多題不同難度的範例搭配，或是範例與練習題間的組合方式；第三是學習者的個別差異，例如高低能力不同的學生的差異。本研究的實驗組和控制組都同樣採用範例學習，同時也參考 Atkinson 等人所提醒的三點因素，在範例內的特徵上使用文字搭配圖像的位置；在範例間的搭配上，注意每題範例間的教材學習順序及配合範例來擬訂練習題；為因應低能力學生的特質，在正式研究時亦要求受試者朗讀範例步驟、對練習題作解答，以促使其能更投入範例學習，詳見研究方法。

五、研究設計與假設

本文旨在以低能力的學生為對象，並以對於生手來說負荷較低的範例為學習材料，進一步探討有無使用手勢對數學學習的影響，以及有無手勢的保留效果。在正式實驗前，曾以台北一所國中九個班級篩選出來的 18 名受試者（女生 11 人）進行前導研究，據以修改範例、練習，以及實驗程序。學習材料包括實驗一的整數加減運算與實驗二的平行線截角性質；受試者被隨機分派到使用手勢的實驗組和限制手勢的控制組；測驗的答對率和認知負荷的主觀評量是用來檢驗評量成效的主要依變項。實驗一的整數運算是受試者已經學過的知識，且為了篩選運算能力不純熟的低能力學生，因此有前測；而實驗二的幾何概念尚未學過，因此僅有後測與延宕測驗。認知負荷的測量方式採單題五點量表請受試者評量題目難度，此種方法被多篇以中小學生為對象的體現認知研究所使用（Ginns et al., 2016; Hu et al., 2015; Tang et al., 2019; Yeo & Tzeng, 2020）。本論文的研究假設為：

- （一）低能力學生在以手勢來學習整數加減運算時，後測與延宕測驗的答對率會比未以手勢來學習的學生顯著較高。
- （二）低能力學生在以範例來學習整數加減運算時，後測與延宕測驗答對率會比前測顯著較高。
- （三）低能力學生在以手勢來學習整數加減運算時，後測與延宕測驗的認知負荷會比未以手勢來學習的學生顯著較低。

(四) 低能力學生在以手勢來學習平行線截角性質時，後測與延宕測驗答對率會比未以手勢來學習的學生顯著較高。

(五) 低能力學生在以手勢來學習平行線截角性質時，後測與延宕測驗認知負荷比未以手勢來學習的學生顯著較低。

貳、方法

一、受試者

參與本研究篩選測驗的學生來自四所中學，包括雙北三所國中課後班 94 位，與桃園市某國中三個班全體 46 位七年級生，後者的學生會考表現較前三所來得低。依整數加減篩選測驗結果（見下一段）邀請受試者，並經家長同意後共 60 位低能力受試者參與實驗，隨機分派到實驗組與控制組各 30 位。實驗時，受試者已學完正負整數加減運算一個月以上，尚未學習平行線截角性質。剔除因讀字有困難或動機低落無法配合實驗的受試者後，實驗一實驗組有效樣本為 24 人（女生 9 人）、控制組 28 人（女生 16 人）；實驗二實驗組有效樣本為 23 人（女生 8 人）、控制組 28 人（女生 16 人）。

二、研究工具

（一）整數加減運算篩選測驗

本篩選測驗目的在篩選出整數加減運算不熟練的學生，同時也作為實驗一的前測資料。本測驗參考了 Fuadiah 與 Suryadi（2017）的研究結果，只關注錯誤率較高的題型，排除正 + 正與正 - 正的題型，並新增兩類二步驟運算的題型，如表 1 所示有十種題型。每題型各三題，共 30 題。若受試者在十種題型中的某一題型答錯兩題以上，則視其尚不熟練該種題型的運算，進而邀請其參與本研究的個別實驗。

表 1
整數加減運算篩選測驗題型、例子、遷移類別

題型	例子	遷移類別
正 - 負	$3 - (-7)$	近
負 - 正	$(-2) - 6$	近
負 - 負 = 負	$(-4) - (-1)$	近
正 + 負 = 正	$4 + (-3)$	近
負 + 正 = 正	$(-6) + 8$	近
負 + 正 = 負	$(-4) + 3$	近
負 - 負 = 正	$(-2) - (-4)$	遠
負 + 負	$(-2) + (-5)$	遠
正 - 負 - 負	$5 - (-2) - (-4)$	遠
正 + 負 - 負	$7 + (-2) - (-3)$	遠

（二）整數加減運算範例

實驗一整數加減運算範例，基於前導研究的成果進行設計，採兩兩範例題為一組，共四組範例做為學習材料。四組範例分別凸顯運算程序上被加／減數的性質符號、運算符號、加／減數的性質符號、和／差的性質符號的變化，如表 2 所示。例如第一組範例題為 $4 - (-3)$ 與 $(-4) - (-3)$ ，是為了使受試者了解當被減數的性質符號相反時的操作差異。範例出現過的六種題型，分析時歸為近遷移題，其餘四種題型為遠遷移題，見表 1。

表 2
範例題與練習題的呈現次序與差異

題序	範例	題間差異	練習
第一組	$4 - (-3)$	被減數性質符號相反	$3 - (-1)$
	$(-4) - (-3)$		$(-3) - (-1)$
第二組	$4 + (-3)$	運算符號相反	$3 + (-1)$
	$4 - (-3)$		$3 - (-1)$
第三組	$(-4) - (-3)$	減數性質符號相反	$(-3) - (-1)$
	$(-4) - 3$		$(-3) - 1$
第四組	$(-4) + 3$	答案性質符號相反	$(-3) + 1$
	$(-4) + 6$		$(-3) + 5$

不論實驗組（圖 2）或控制組（圖 3），每道範例題都有三個步驟的文字說明。每步驟使用不同的顏色，須照紅、藍、綠的順序閱讀。步驟一指示依照算式的被加／減數在數線上找出運算的起始點，此時尚無手勢。步驟二依據算式中的運算符號決定兔子在數線上的面向，加號代表面向右方，減號代表面向左方。步驟三說明兔子前後移動的方式，加／減數為正數即是兔子往前移動、負數即是兔子往後倒退。兩組範例不同之處是步驟②和③說明下方一行括號內的文字，實驗組這兩個步驟下括號內的字，用以指導實驗組的受試者如何選擇左右手以及使用手勢，例如步驟②為「請以右手食指放在起點上代表這隻兔子」，控制組比實驗組少了手指的相片，而步驟下的字改為提醒受試者注意的重點，例如步驟②為「請注意運算符號與兔子面對的方向」。每一組範例都搭配一組練習題，內容見表 2，每一道練習題搭配數線呈現，形式如圖 4。

（三）整數加減運算後測與延宕測驗

本後測與延宕測驗的十種題型與表 1 相同，但考量施測時間，每題型各兩題，分兩輪施測，共 20 題。因前導研究發現，若後測同篩選測驗般用紙筆作答，則兩組學生都傾向不以範例的方法答題。在學習時間有限的情況下，為檢視遷移效果，故後測與延宕測驗各題的呈現方式與圖 4 範例學習時的練習題類似，即一次呈現一題並附有一條數線，將 10 種題型各一題施測一輪。接著，為了收集受試者解題時的認知負荷，10 種題型各一題的第二輪則在每題右下方附上一題「認知負荷評量題」，讓受試者回答「你覺得有多難」，由易到難為 1 到 5 的五點量表。不論加減運

算或難度量表都採口頭回答，使受試者能空出雙手。延宕測驗題型及作答方式同後測，但變更數字。

題組一之 1 $4 - (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$

解法:

$4 - (-3) = 7$

③第二個數字為 -3 ，表示向後跳 3 步。終點 7 即為所求。
(右手食指順著綠色箭頭模擬兔子向後跳)

②運算符號為一號，表示兔子面向左邊
(請以右手食指放在起點上代表這隻兔子)

①第一個數字為 4。先在數線上找到起點。



$4 - (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$



圖 2 實驗組整數加減運算範例題

題組一之 1 $4 - (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$

解法:

$4 - (-3) = 7$

③第二個數字為 -3 ，表示向後跳 3 步。終點 7 即為所求。
(請注意兔子是向後跳)

②運算符號為一號，表示兔子面向左邊
(請注意運算符號一與兔子面對的方向)

①第一個數字為 4。先在數線上找到起點。



$4 - (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$

圖 3 控制組整數加減運算範例題

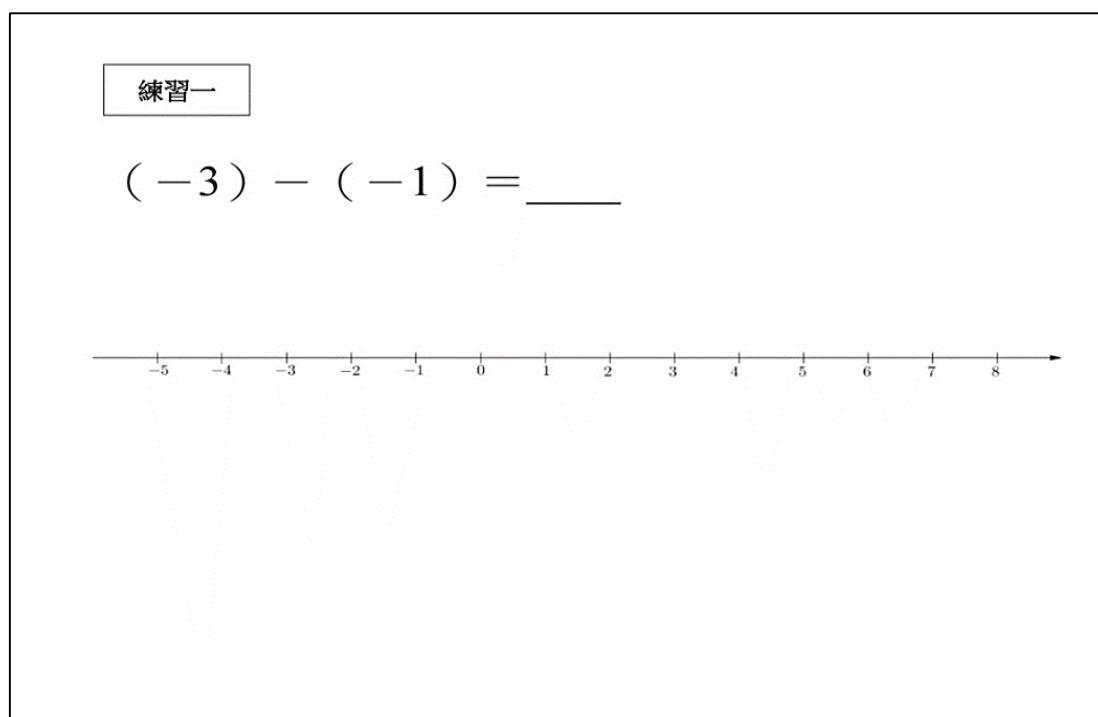


圖 4 整數加減運算練習題

(四) 平行線截角性質閱讀材料

由於受試者尚未學習平行線截角性質，故實驗二提供閱讀材料介紹相關概念，如圖 5 所示。內容參考 Yeo 與 Tzeng (2020) 準備階段使用的教材，並調整為台灣教科書的用語及慣用的圖形。閱讀材料先以文字與圖例介紹平行線、截線等數學名詞，再以文字與圖例介紹對頂角相等、同位角相等、同側內角互補的性質。其中，每個名詞或性質都至少使用兩個圖例，且每個性質皆有一題應用題，讓受試者練習該性質的應用。

(五) 平行線截角性質範例

實驗二平行線截角性質的範例參考 Hu 等人 (2015) 學習階段使用的教材，共兩題，都得同時運用兩種性質求解。第一題運用對頂角與同位角性質求解，參見圖 6，第二題則用對頂角與同側內角的性質求解。每題的說明皆有四個步驟，每個步驟的文字顏色會以黑、紅、藍、綠的順序呈現，在第一題範例題中，步驟一說明圖形的平行線與截線狀況，步驟二給定圖形右上角的角度數值，步驟三以對頂角相等的性質得到中介步驟的角度數值，步驟四說明以同位角相等的性質得到圖形左下角的角度數值。第二題範例題在前三個步驟與第一題相同，步驟四則是以同側內角互補的性質得到圖形左上角的角度數值。不論實驗組或控制組的範例，每一步驟說明的下方皆會有一括弧與文字，不同之處在於，實驗組是指示受試者用食指描摹目標物，例如範例題 1 的步驟①為「請以你的食指描摹兩平行線與此截線」，如圖 6 所示；而控制組則提醒受試者注意目

標的幾何物件，例如範例題 1 的步驟①為「請注意兩平行線與截線」，如圖 7 所示。

兩道範例後皆各提供一題練習題，如圖 8 所示。題目內容與範例題相似，只是改了題目已知的角度與位置，受試者須用範例習得的性質來練習，例如：圖 8 的練習題便是將角度由圖 6 的 55 度改為 150 度，同樣請受試者利用對頂角、同位角性質來求得答案為 150 度。

同側內角和為 180° ：直線 L 與 M 平行，且兩線被一截線所截時，位於兩線內同側的角互為同側內角且兩角和為 180° 。

例 1

例 2

演練 3. 如右圖，直線 L 與 M 互相平行，請問 x 是多少度？

答：

圖 5 平行線截角性質閱讀材料—同側內角

範例題 1. 直線 L 與 M 互相平行， x 是多少度？

- ① 兩條平行線被一條截線所截
(請用你的食指描摹平行線與截線)
- ② 已知角度為 55°
(請用你的食指描摹這個角)
- ③ 當兩線相交時，對頂角相等，
所以此角也是 55°
(請用你的食指描摹這兩個對頂角)
- ④ 當兩條平行線被一條截線所截
時，同位角相等，所以 $x=55^\circ$
(請用你的食指描摹這兩個同位角)

圖 6 實驗組平行線截角性質範例題

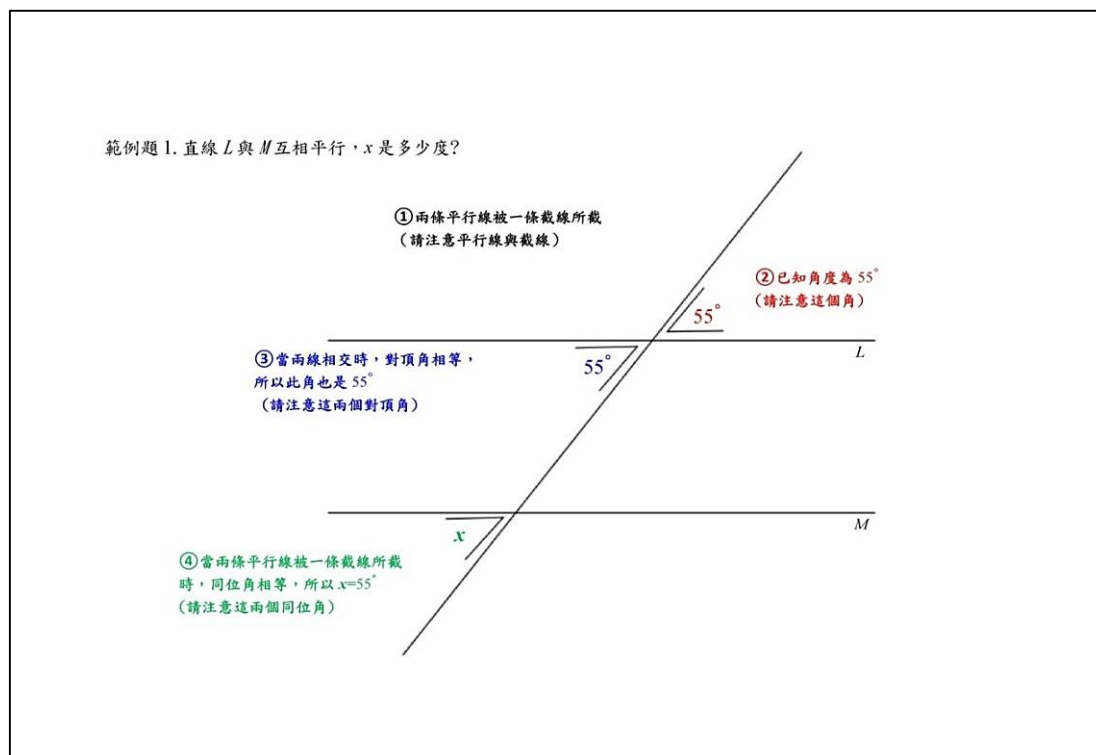


圖 7 控制組平行線截角性質範例題

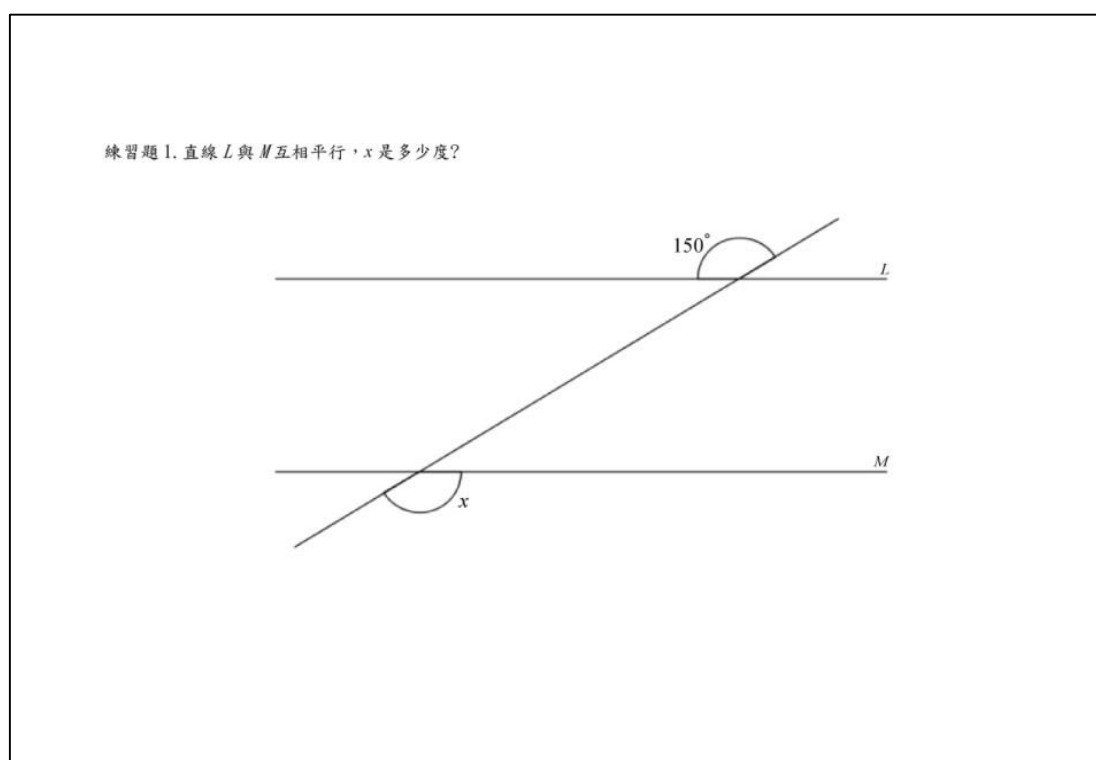


圖 8 平行線截角性質練習題

（六）平行線截角性質後測與延宕測驗

實驗二平行線截角性質的後測與延宕測驗參考 Hu 等人（2015）測驗階段使用的題型，共有六題，前兩題為近遷移題，與兩題範例題的題型類似，僅須利用兩種角度性質；後四題為遠遷移題，須利用三種角度性質才能求出答案。每題下方皆有一題五點的認知負荷評量題，數字愈大表示對題目的感受愈難，與實驗一的認知負荷評量題格式類似。考慮前導研究中受試者紙筆測驗的答題狀況，後測與延宕測驗各題的呈現方式與圖 8 範例學習時的練習題類似，即一次呈現一題。延宕測驗內容與作答方式與後測類似，但微調角度與修改圖形。

三、實驗程序

本研究於 108 學年度第一學期的 11 月進行整數加減篩選測驗。雙北的三所合作學校由課後班任課教師擔任主試，桃園市某國中則由三班的導師擔任主試。學生若在 10 種題型任一題型的三題錯兩題（含）以上，即邀請為受試者。經家長同意後的隔週進行個別實驗，由本文第一作者擔任主試。由於實驗採個別施測，同一所學校第一位受試者和最後一位受試者約有兩週的差距，故前測到實驗與後測的日期，大約間隔一至三週。所有受試者均先進行實驗一再進行實驗二，最後有效樣本分別為 52 人與 51 人，因有位受試者在後測的實驗動機明顯低落，無法繼續進行實驗二，故從實驗二刪除。實驗組受試者在實驗一和二都為實驗組，而控制組則兩個實驗都是控制組。

實驗一開始前，研究者會先跟受試者說明範例學習時間的上限，以及後續閱讀範例的步驟。此外，研究者會與實驗組受試者一起在左手與右手的食指上貼一個貼紙，在左手食指的指腹貼「+」、右手食指的指腹貼「-」；控制組則是要求閱讀範例時將手放在膝上。由於前導研究發現，若讓受試者自行閱讀範例常會分心，因此要求兩組受試者朗讀學習之中看到的文字。

實驗一範例學習時，實驗組被要求朗讀時按照各步驟括弧中的指示進行手勢輔助，若手勢不正確或用錯手，主試會口頭提醒；控制組則被要求朗讀文字時將手放在膝上。練習題若有錯誤，則要求受試者重看該組範例後，確認受試者是以範例中的做法作答直到其答對。接著，為了確認受試者對步驟的理解，兩組受試者在做完第一組練習題後研究者會問「此題的兔子的起點在哪？兩題的兔子有何不同？」，做完第二組練習題後問「此題的兔子面對的方向是哪邊？兩題的兔子有何不同？」，做完第三組練習題後問「此題的兔子在數線上如何動？兩題的兔子有何不同？」，以確認受試者了解被加／減數、運算符號、加／減數三者對代理人兔子在數線上代表的動作為何，若回答不正確則在第四組練習題時亦須回答此三個問題。

兩組受試者完成實驗一範例學習之後即進行後測，並在開始前提醒受試者試卷待會兒會做檢討，以提升解題動機。受試者解題時由主試者記錄其口頭報告的答案與難度評估。實驗組會被要求以剛剛在範例中學到的手勢輔助來解題，控制組則被要求將手放在膝上解題。實驗一後

測結束後，休息 3 分鐘。

實驗二先請受試者在 5 分鐘內自行閱讀四張平行線截角性質的閱讀材料，閱讀時研究者會請受試者口頭報告教材中每題演練題的答案，如有錯誤，則要求受試者重看該頁內容。範例學習時，主試先跟受試者說明範例學習時間的上限，以及後續閱讀範例的步驟與朗讀文字。在範例學習後的練習題如有錯誤，則要求受試者重看該組範例，直到其答對為止。與實驗一類似，實驗組會被要求照圖上括弧中的指示進行手勢輔助，若未對指定的目標進行描摹或是描摹的目標有誤時，研究者會口頭提醒；控制組則被要求朗讀文字時將手放在膝上。

完成實驗二範例學習之後即進行後測，並提醒受試者試卷待會兒會做檢討。受試者解題時由主試記錄其口頭報告的答案與難度評估。後測結束後若發現受試者有補角角度計算錯誤的部分，研究者會對受試者進行確認並幫其更改，目的為排除計算錯誤的可能，所以每題受試者呈現的答案僅有兩種：題目給定的角度與其補角。實驗二結束後若有時間，研究者會對實驗一和二的後測進行檢討並給予回饋。

第二學期開學的第一個月進行延宕測驗，測驗情境與順序同之前的後測。實驗組施測實驗一的延宕測驗前，會在受試者的手指上貼上「+」、「-」貼紙。完成測驗後進行訪問，目的為了解受試者對於數線模式的應用以及主觀評價。問題包括：

1. 在上學期的課程結束後到現在的這段時間，你在做整數的加減的題目時，是否有曾想到這個兔子在數線上跳躍的方法。
2. 請你以延宕測驗問題一， $4 - (-1)$ ，為例，來說明這題兔子怎麼跳。
3. 你喜不喜歡我教你的方法。
4. 你覺得我教你的方法對自己的學習是否有幫助。

接著進行實驗二的延宕測驗，測驗情境與順序如同後測。主試者記錄受試者解題過程的動作，例如是否有轉動、移動，或描摹圖形。最後，研究者會詢問並記錄受試者作答第一題時的歷程，一方面為確認受試者是否保留上學期所學到的角度性質，另一方面為了解受試者是否真的理解推理歷程而非猜得答案的，流程如圖 9 所示。

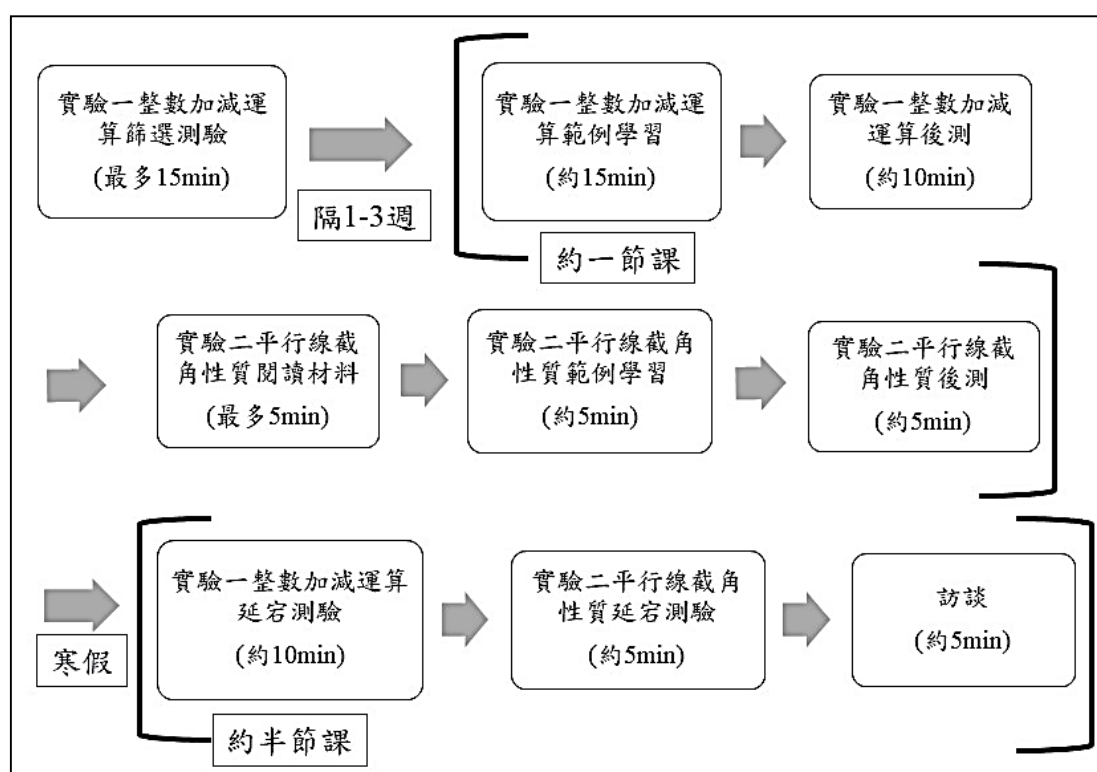


圖 9 實驗程序圖

參、結果

表 3 為實驗一描述統計。學習時間為四組範例加練習的時間，以秒為單位。答對率包括前測、後測與延宕測驗，分為近遷移題與遠遷移題兩類答對率，分別為答對題數除以該類的總題數而得，例如：某位學生在後測近遷移題答對 10 題，後測近遷移題為 14 題，則近遷移題答對率為 $10 \div 14$ 。認知負荷僅在後測與延宕測驗有收集，亦分為近遷移與遠遷移兩個分數，分別平均了六題與四題之五點量表的分數而得。

表 3
整數加減運算描述性統計摘要表

	控制組 (28 人)		實驗組 (24 人)		整體	
	平均數	標準差	平均數	標準差	平均數	標準差
學習時間 (秒)	721.82	265.95	705.92	127.31	714.48	211.70
答對率						
前測近遷移	.59	.24	.56	.22	.58	.23
後測近遷移	.82	.16	.79	.13	.80	.14
延宕近遷移	.76	.20	.82	.16	.79	.18
前測遠遷移	.43	.30	.52	.32	.47	.31
後測遠遷移	.56	.32	.68	.22	.62	.28
延宕遠遷移	.69	.33	.81	.21	.75	.28
認知負荷						
後測近遷移	2.11	0.78	2.15	0.65	2.13	0.71
延宕近遷移	2.35	1.28	1.94	0.80	2.16	1.09
後測遠遷移	2.68	0.78	2.76	0.79	2.72	0.78
延宕遠遷移	2.46	0.96	2.38	1.06	2.42	0.99

針對兩組的學習時間進行單因子 ANOVA，結果顯示兩組並無顯著差異 $F(1, 50) = 0.07, p > .05$ 。考驗實驗一的答對率之前，因後測與延宕測驗的 20 題中，前 10 題僅要求受試者回答問題的答案，而後 10 題除了答題外還須評估難度，為了確認添加認知負荷的評估是否影響受試者在前後 10 題的答對率，故採用組別(2) × 前後 10 題(2)的二因子 ANOVA。結果顯示，後測答對率在交互作用 $F(1, 50) = 0.00$ 、組別的主要效果 $F(1, 50) = 0.73$ 、前後 10 題主要效果 $F(1, 50) = 0.45$ ，皆無顯著差異 ($ps > .05$)；延宕測驗答對率亦同，在交互作用 $F(1, 50) = 0.06$ 、組別的主要效果 $F(1, 50) = 2.16$ 、前後 10 題主要效果 $F(1, 50) = 1.46$ ，亦皆無顯著差異 ($ps > .05$)，表示後測與延宕測驗答對率不因有無評估認知負荷而不同，故後續採用整併前後 10 題所得的答對率進行分析。

再就近與遠遷移題的答對率分別進行組別(2) × 前、後、延宕測驗別(3)的二因子 ANOVA，結果近遷移的答對率，顯示交互作用 $F(2, 100) = 1.59$ 以及組別的主要效果 $F(2, 100) = 0.00$ 均無顯著差異 ($ps > .05$)，但測驗別主要效果達顯著差異， $F(2, 100) = 36.02, p < .001, \eta^2 = .42$ ，經事後比較發現，後測近遷移答對率.80 顯著高於前測.58，延宕測驗近遷移答對率.79 亦顯著高於前測.58 ($ps < .001$)，但後測與延宕測驗近遷移並無顯著差異， $p > .05$ 。在遠遷移的答對率部分，交互作用 $F(2, 100) = 0.03$ 以及組別的主要效果 $F(2, 100) = 2.77$ 均無顯著差異 ($ps > .05$)，但測驗別主要效果達顯著差異 $F(2, 100) = 24.03, p < .001, \eta^2 = .33$ ，經事後比較後發現，後測遠遷移答對率.62 顯著高於前測.47，延宕測驗遠遷移答對率.75 亦顯著高於前測.47 與後測.62 ($ps < .001$)。

針對近與遠遷移題的認知負荷分別進行組別(2) × 測驗別(2)的二因子 ANOVA，結果在近遷移的認知負荷均無顯著差異，包括交互作用 $F(1, 50) = 2.81$ 、組別的主要效果 $F(1, 50) = 0.74$ ，以及測驗別的主要效果 $F(1, 50) = 0.01$ ($ps > .05$)；遠遷移的認知負荷部分，交互作用 $F(1, 50) = 0.39$ 以及組別的主要效果 $F(1, 50) = 0.00$ 均無顯著差異 ($ps > .05$)，但後測認知負荷 2.72 顯著高於延宕測驗 2.42， $F(1, 50) = 5.44, p = .02, \eta^2 = .10$ 。

因兩組未有實驗效果，故再針對前測、後測與延宕測驗 10 種題型的答對率與認知負荷針對組別進行獨立樣本 t 考驗，結果發現，僅在延宕測驗中有四種題型答對率達顯著差異，其中三種題型是實驗組大於控制組。正－負，實驗組.88 大於控制組.68， $t(51) = 2.18, p = .04, d = .57$ ；負－負＝負，實驗組.92 大於控制組.59， $t(51) = 3.96, p < .001, d = .94$ ；負－負＝正，實驗組.92 大於控制組.68， $t(51) = 2.62, p = .01, d = .67$ ；負＋正＝正，實驗組.67 小於控制組.89， $t(51) = -2.64, p = .01, d = -.69$ 。

表 4 為實驗二的描述統計。學習時間為學習範例加上練習的時間，以秒為單位。答對率包括後測與延宕測驗，分為近遷移題與遠遷移題兩類答對率，分別為答對題數除以該類的總題數而得。認知負荷在後測與延宕測驗皆有收集，亦分為近遷移與遠遷移兩個分數，分別平均了兩題與四題之五點量表的分數而得。

表 4
平行線截角性質的描述性統計摘要表

	控制組 (28 人)		實驗組 (23 人)		整體	
	平均數	標準差	平均數	標準差	平均數	標準差
學習時間 (秒)	199.79	34.30	245.22	46.97	220.27	46.12
答對率						
後測近遷移	.59	.33	.63	.31	.61	.32
延宕近遷移	.86	.23	.78	.29	.82	.26
後測遠遷移	.32	.30	.62	.40	.46	.38
延宕遠遷移	.39	.40	.38	.42	.39	.40
認知負荷						
後測近遷移	2.36	1.01	2.37	0.87	2.36	0.94
延宕近遷移	2.41	0.81	2.28	1.19	2.35	0.99
後測遠遷移	2.97	0.95	3.07	0.92	3.01	0.93
延宕遠遷移	2.54	0.80	2.61	1.11	2.57	0.94

針對兩組的學習時間進行單因子 ANOVA，結果顯示實驗組的學習時間 245.22 秒顯著長於控制組 199.79 秒， $F(1, 49) = 15.90$ ， $p < .001$ ， $d = 0.99$ 。接著對實驗二近與遠遷移題的答對率分別進行二因子 ANOVA。結果近遷移的答對率顯示，交互作用 $F(1, 49) = 1.39$ 、組別的主要效果 $F(1, 49) = 0.06$ 皆無顯著差異 ($ps > .05$)，但後測答對率 0.61 顯著低於延宕測驗 0.82， $F(1, 49) = 18.32$ ， $p < .001$ ， $\eta^2 = .27$ 。遠遷移的答對率部分，交互作用達顯著差異 $F(1, 49) = 4.53$ ， $p = .04$ ， $\eta^2 = .09$ ，而實驗組答對率.50 邊緣顯著高於控制組的.36， $F(1, 49) = 3.35$ ， $p = .07$ ， $\eta^2 = .06$ ，但測驗別無顯著差異， $F(1, 49) = 1.32$ ($ps > .05$)。因交互作用顯著，故進行單純主要效果考驗：後測遠遷移題中實驗組 0.62 顯著高於控制組 0.32， $F(1, 49) = 9.22$ ， $p = .004$ ， $\eta^2 = .16$ ，但在延宕測驗上兩組未有顯著差異 $F(1, 49) = 0.01$ ， $p > .05$ ；測驗別效果在實驗組 $F(1, 22) = 1.97$ 與控制組 $F(1, 27) = 0.41$ 上皆無顯著差異， $ps > .05$ 。

再以組別 (2) × 測驗別 (2) 對近與遠遷移題認知負荷分別進行二因子 ANOVA。結果近遷移的認知負荷顯示交互作用 $F(1, 49) = 0.31$ 、組別的主要效果 $F(1, 49) = 0.06$ ，以及測驗別的主要效果 $F(1, 49) = 0.02$ ，皆無顯著差異 ($ps > .05$)。遠遷移的認知負荷部分，在交互作用 $F(1, 49) = 0.01$ 以及組別的主要效果 $F(1, 49) = 0.13$ 皆無顯著差異 ($ps > .05$)，但遠遷移的後測認知負荷 3.01 顯著高於延宕測驗 2.58， $F(1, 49) = 12.09$ ， $p = .001$ ， $\eta^2 = .20$ 。

實驗一的行為觀察顯示，大部分的實驗組受試者皆可隨著步驟進行手勢並完成範例，少部分會在一開始看到範例時表示他們本來就會算，但在研究者的鼓勵下還是配合學完範例方法。而後測的行為大略可分為兩種情形：一是，看到題目馬上講出正確答案，因程序要求，主試者會請實驗組受試者做出手勢，通常他們都能正確操作手勢；二是，看了題目後會操作範例的手勢，正確的手勢伴隨著正確解題，錯誤的手勢則得到錯誤的答案。常見的錯誤像是在操作的過程中，看到加／減數的性質符號時無法分清楚食指須往前還是往後。延宕測驗時，第一種情形

的受試者人數有明顯增加，第二類的情況則明顯變少。實驗一的控制組因被限制手部的動作，故無明顯可見的行為。

實驗一訪談的結果與卡方考驗見表 5，僅第二題達顯著；實驗組能以延宕測驗的第一題為例，回憶出範例方法的比率（21/24）遠高於控制組（8/28）， $\chi^2(1) = 18.19$ ， $p < .001$ ， $\phi = 0.59$ 。其餘，受試者在平常是否有使用範例方法做整數加減運算，是否喜歡範例方法、認為此方法對其有幫助，皆與組別無顯著關聯， $\chi^2(1) = 0.73$ 、 $\chi^2(1) = 0.03$ 、 $\chi^2(1) = 0.08$ ， $ps > .05$ 。

表 5
延宕測驗的行為觀察與訪談結果

	控制組 (%)	實驗組 (%)	χ^2
實驗一整數加減運算			
1. 平常做整數加減的題目時，有使用範例方法的比例	53.57	41.67	0.73
2. 能正確使用範例方法做延宕測驗問題一的比例	28.57	87.50	18.19***
3. 喜歡範例方法的比例	92.86	91.67	0.03
4. 認為範例方法有幫助的比例	89.29	91.67	0.08
實驗二平行線截角性質			
1. 作答延宕測驗時有針對幾何圖做物理操弄的比例	32.14	73.91	8.82**
2. 能正確說出延宕測驗問題 1 解題歷程的比例	10.71	8.70	0.06

** $p < .01$. *** $p < .001$

實驗二的行為觀察顯示，大部分實驗組受試者在學習階段皆能理解步驟並對目標進行描摹，少部分受試者須經提醒才能在幾何圖形上尋到目標物件進行描摹。後測時，實驗組大部分的人皆有描摹動作，但控制組也有人會對試題紙上的幾何圖做一些動作以幫助解題，例如將測驗紙從桌面拿起以觀察幾何圖形，或者轉動紙張。故在延宕測驗時，主試記錄受試者的這類動作，並對組別進行卡方考驗。結果顯示實驗組操弄圖形的比率高於控制組， $\chi^2(1) = 8.82$ ， $p = .003$ ， $\phi = 0.42$ ；23 位實驗組有 17 位受試者針對幾何圖做物理操作，其中有 8 位受試者有描摹幾何圖形；28 位控制組則僅有 9 位受試者操弄幾何圖形，皆無描摹的動作。顯示實驗組在延宕測驗時，不只比控制組更會物理操作幾何圖，而且部分受試者出現控制組不會有的描摹行為。然而，實驗組有描摹的 8 位受試者的答對率（近遷移.81、遠遷移.38）與認知負荷（近遷移 2.75、遠遷移 3.13），與控制組相比並未較佳，而搭配訪談資料也發現，針對受試者能否正確說明延宕測驗的第一題解題歷程的人數進行考驗，與組別也未顯示有關聯， $\chi^2(1) = 0.06$ ， $p > .05$ 。

肆、討論與建議

實驗一整數加減運算在學習時間、答對率，以及認知負荷都沒有組別效果，雖然延宕測驗逐題比較有四題顯示組間差異，但優劣的方向性不一致，顯示體現認知效果不彰。在測驗別方

面，兩組受試者在遠遷移延宕測驗的認知負荷相較於後測顯著下降，而後測及延宕測驗的答對率相對於前測皆有提升，可能代表兩組受試者都接受的數線與兔子的範例學習是有效的，或者可能此一範例學習搭配著學生在數學學習過程持續使用到整數加減運算，而有利於增進學習成效。實驗一的行為觀察顯示，學習階段有部分受試者認為自己已精熟整數加減運算題型，而對學習範例的動機較弱，一旦研究者發現受試者未依照指導語或範例步驟時皆會鼓勵受試者配合完成實驗，但研究者認為此心態仍影響一些學習效果，連帶地影響後測時答題表現。延宕測驗觀察到控制組與部份實驗組受試者發生錯誤時，大多未使用手勢解題，亦即其錯誤是心算失誤所造成的。訪談資料中，許多受試者皆表示平常考試題目較複雜，沒時間使用範例的方法，但也有受試者表示經歷本實驗教學後，看到相關題目會想到和使用這套數線與兔子的整數加減運算法，但到七年級下學期的現在已經完全不用想了，可見有些受試者對於運算已自動化時就不需要方法的輔助，但在運算能力不穩固時，數線與兔子的輔助可能有其助益。

實驗一在各變項與訪談均無組別差異，未發揮運用手勢的體現效果，推測原因有三：第一、手勢介入的設計較複雜，部分受試者對左右手與加減、前後移動與正負號的連結產生混淆，代表手勢的設計不夠直觀。運算符號為加號時須採左手、為減號時須採右手，隨後若加／減數為正號時手指往前移動、負號時手指往後移動才能算出正確答案，食指該往何方向移動往往成為學生的困難點。而實驗組實驗時手指上貼有加減號的貼紙來幫助學生判斷使用哪一隻手，但學生只能生硬地記下這些步驟性的動作，因此降低其意願和學習成效。第二、因受試者為低能力的學生，研究者猜測其學習能力、動機和後設認知較弱，導致手勢操作效果差，且對題目可能無法有精準的難度感受，進而影響兩組在認知負荷的評估。第三、因整數加減是受試者學習過的教材，所以部分受試者會傾向以自己習慣的方式來解題，如同文獻中 Sweller 等人（2003）所提，實驗所教的方法可能因此被視為冗餘資訊，也可能與舊經驗混淆，進而弱化體現的效果。

實驗二平行線截角性質在學習時間與後測遠遷移答對率上，實驗組皆顯著高於控制組，顯示實驗組在學習時需要找到指定描摹的目標線段或角度進行描摹，花費的時間比控制組長，而其後測遠遷移答對率也顯示了描摹對學習產生正向助益，與 Hu 等人（2015）的結果一致，顯示描摹可能讓特定解題步驟相關的圖形從複雜的背景中被凸顯出來，進而更容易掌握對應的幾何原則，例如同側內角互補。但本研究後測兩組的認知負荷無差異，和 Hu 等人（2015）發現實驗組認知負荷低於控制組的結果不一致，研究者認為主要是受試者特性的差異所致，因受試者為低能力的學生，猜測其後設認知能力較弱，以致於對題目難度的敏感度較差。

本研究實驗二相較於 Hu 等人（2015）、Ginns 等人（2016）的優點是，在間隔了三到四個月之後進行延宕測驗，能探討體現認知的保留性。兩組在延宕測驗的答對率及認知負荷上都無差異，可能原因除了上段所述的受試者能力與學習動機等特性之外，另一可能性是受試者已忘了學過的角度性質，而這也反應在實驗二的訪談資料上：僅有 5 人能答出延宕測驗問題 1 的完整推論歷程。可見不論有無手勢參與，一節課的範例學習無法讓大部分的學生保留平行線截角性

質的知識。但研究者在延宕測驗行為觀察發現：實驗組雖然不一定會在解題時描摹圖形，但相較於控制組更願意對幾何圖做物理操作，然而實驗組有描摹的 8 位受試者的表現，與全未描摹的控制組相比並未較佳。此結果顯示，雖然實驗組在學習階段對指定線段與角度依序描摹，能在後測有效幫助推理角度、強化所學的原理，但隔了幾個月之後，截角性質的相關知識已遺忘，此時即使描摹圖形，也未必能由幾何原理引導描摹的順序進而幫助解題，這也呼應了前述文獻所提到的：體現的動作要配合著認知歷程時才能促進學習（Mavilidi et al., 2018）。

實驗二在近遷移答對率上後測顯著低於延宕測驗，研究者猜測是因為兩題近遷移題為肉眼可判斷出角度大小的題目，且比起後測的時候，受試者在生活中又練習了許多題目，讀題與解題能力有些許提升，使其能更容易答對較為簡單、直觀的題目，而在角度接近直角、無法直觀判斷答案的遠遷移題上，對於遺忘範例學習內容的受試者便造成答對率後測與延宕測驗無差異的結果。

綜合實驗一、二而言，以描摹圖形的手勢學習幾何教材，即使是低能力學生也與文獻（Du & Zhang, 2019; Ginns et al., 2016; Hu et al., 2015; Yeo & Tzeng, 2020）一樣有助益，老師只要以口語提醒學生描摹和原理關聯的幾何物件，就能提升學習效果，這是非常低廉有效的教學策略。但對於非幾何教材的整數加減則需要更合適的手勢設計。如同 Bossé 等人（2016）提醒的，手勢需要與概念理解產生直觀性的連結。本研究實驗一在受試者左、右手貼上加、減號，使其依據範例指示用左、右手操作加、減法運算，但未能提出有助於學生理解道理的解釋，可能造成學生硬背此一對應關係或者抗拒此種操作方式。未來設計數與計算相關的體現操作時，宜留意手勢是否易於和概念連結。也可嘗試在學生還未學過整數加減運算前使用實驗一範例方法進行教學，或是在學校教過整數加減後以配合學生學習數線或抵消模式設計出適合的手勢，研究者皆認為能夠提升體現認知在整數加減運算的學習效果。

研究者從文獻與本文兩個實驗的研究結果，整理出底下三類特性（空間性、方向性、操作性）之數學教材，應可透過手勢或身體的參與提升學習效益。

具空間性的數學教材：在眾多研究中，多篇關於幾何教材的實徵研究皆指出學習者描摹圖形能夠幫助其對圖像空間的理解（Du & Zhang, 2019; Ginns et al., 2016; Hu et al., 2015; Yeo & Tzeng, 2020）。本研究也因實驗二實驗組受試者的表現成果，建議教育工作者在學生學習如三角形性質、角度性質等空間幾何教材的教學時，能給予學生使用手指描摹圖像的機會。類似的教材還有如統計圖表的判讀，也建議教育工作者能邊帶領學生描摹、圈選橫軸與縱軸的項目邊說明圖表的意義，來強化紙本圖表在其心中所成的平面心像。

具方向性的數學教材：Wilson（2002）已指出體現認知與方向性有關。而在本研究的實驗一，研究者也以手指作為方向性的身體表徵來設計教材。在數學教育的運用上，研究者因平面直角座標的函數圖形具方向性，建議教育工作者在教導函數圖時，能讓學生描摹函數圖形、線條的方向或是二次函數的開口方向等等，以將學生的方向感與身體做連結來幫助其學習。

具操作性的數學教材：教具的操作（manipulation）對數學學習的重要性毋庸置疑。雖然本研究不涉及操作教具的體現認知效果，但文獻與教學實務顯示，教具不僅具體化了抽象的數學概念，同時操作能讓身體的感官及教具的互動經驗形成認知（de Koning & Tabbers, 2011; Pouw et al., 2014）。數與計算、幾何物件的製作或堆疊、分類與統計，甚至未知數的表徵或運算，數學四大主題都有非常多樣的教具被研發出來，也實際被應用在幼教、國小與中學。

即使以體現認知來設計什麼樣的教材才會具有學習效益仍有所爭議（Ginns et al., 2016; Yeo & Tzeng, 2020），但手勢操弄教材可以提升注意力來促進學習效果應無疑義（Cosman & Vecera, 2010）。故建議教育工作者能在日常的教學中將板書與投影片融入手勢，或是在學生閱讀時養成描摹所看到字句的習慣，以使學生注意板書、投影片或是閱讀教材的內容，並讓體現認知落實於學生日常的學習。

伍、研究限制與未來研究

本文的研究限制至少包括四點。首先是受試者的動機與專注力。第一作者擔任主試負責教學介入，因教學經驗不足，也不具學校教師身分的強制力，無法在短時間內引起受試者動機使他們投入學習。若實驗時間能加長，讓主試者與受試者建立關係，以提升受試者學習動機，方能更公允地評估體現認知的效果。

再者，根據內在效度威脅－成熟的效果，本篇研究的每位受試者在團體前測與個別後測之間的時間有些差異，若是兩測驗間隔時間較長的受試者，在前測的能力會隨著學校的課程推進而有所變動，無法保證部分的受試者後測的能力真的來自實驗效果。

第三，因合作學校提供的時間過短，所以在練習題的安排上不多，導致實驗效果有限，也未能收集受試者更多個人資料。或許未來擁有較充裕的介入時間後，可讓受試者有充分時間與練習題量，並探討如工作記憶、後設認知能力，或閱讀能力等是否會是體現認知效果的調節變項。

最後，是受試者取樣限制。因本篇研究的受試者分為兩組後每組有效受試者不滿 30 人，恐導致統計考驗力較小，且樣本皆來自於北部學校使推論範圍有限。在受試者能力上亦有少部分受試者在前測時的表現剛好是進入實驗的最低門檻，也就是說他們已能正確掌握實驗一的部分題型，而降低實驗成效。未來的研究宜在取樣上增加樣本的地區分布與人數，並提高篩選受試者的標準。

未來研究部分除了持續檢驗延宕效果之外，還可以針對不同受試者變項，以及學習材料的特性進行探討。另外，本研究對學過與沒學過的教材並未獨立操弄，而與非幾何與幾何教材混在一起進行，未來可以做單獨探討體現認知在學過或未學過的教材上的效果。

誌謝

本文改寫自連宥鈞在吳昭容指導下完成的碩士論文，感謝教育部高等教育深耕計畫下特色領域研究中心計畫之臺灣師範大學「學習科學跨國頂尖研究中心」，以及科技部「以眼動探討幾何閱讀歷程與發展閱讀技巧教學」(MOST 108-2511-H-003 -014 -MY3) 的經費補助。

參考文獻

- Alibali, M. W., & Nathan, M. J. (2012). Embodiment in mathematics teaching and learning: Evidence from learners' and teachers' gestures. *Journal of the Learning Sciences*, 21(2), 247–286. doi: 10.1080/10508406.2011.611446
- Atkinson, R. K., Derry, S. J., Renkl, A., & Wortham, D. (2000). Learning from examples: Instructional principles from the worked examples research. *Review of Educational Research*, 70(2), 181–214. doi: 10.3102/00346543070002181
- Bossé, M. J., Lynch-Davis, K., Adu-Gyamfi, K., & Chandler, K. (2016). Using integer manipulatives: Representational determinism. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 17(3), 1–20.
- Cosman, J. D., & Vecera, S. P. (2010). Attention affects visual perceptual processing near the hand. *Psychological Science*, 21(9), 1254–1258. doi: 10.1177/0956797610380697
- de Koning, B. B., & Tabbers, H. K. (2011). Facilitating understanding of movements in dynamic visualizations: An embodied perspective. *Educational Psychology Review*, 23(4), 501–521. doi: 10.1007/s10648-011-9173-8
- Du, X., & Zhang, Q. (2019). Tracing worked examples: Effects on learning in geometry. *Educational Psychology*, 39(2), 169–187. doi: 10.1080/01443410.2018.1536256
- Fischer, M. H., & Brugger, P. (2011). When digits help digits: Spatial–numerical associations point to finger counting as prime example of embodied cognition. *Frontiers in Psychology*, 2, 260. doi: 10.3389/fpsyg.2011.00260
- Fuadiah, N. F., & Suryadi, D. (2017). Some difficulties in understanding negative numbers faced by students: A qualitative study applied at secondary schools in Indonesia. *International Education Studies*, 10(1), 24–38. doi: 10.5539/ies.v10n1p24
- Ginns, P., Hu, F. T., Byrne, E., & Bobis, J. (2016). Learning by tracing worked examples. *Applied Cognitive Psychology*, 30(2), 160–169. doi: 10.1002/acp.3171
- Goldin-Meadow, S., Cook, S. W., & Mitchell, Z. A. (2009). Gesturing gives children new ideas about math. *Psychological Science*, 20(3), 267–272. doi: 10.1111/j.1467-9280.2009.02297.x
- Goldin-Meadow, S., Nusbaum, H., Kelly, S. D., & Wagner, S. (2001). Explaining math: Gesturing lightens the load. *Psychological Science*, 12(6), 516–522. doi: 10.1111/1467-9280.00395
- Hall, R., & Nemirovsky, R. (2012). Introduction to the special issue: Modalities of body engagement in mathematical activity and learning. *Journal of the Learning Sciences*, 21(2), 207–215. doi: 10.1080/10508406.2011.611447
- Hativa, N., & Cohen, D. (1995). Self learning of negative number concepts by lower division elementary students through solving computer-provided numerical problems. *Educational Studies in Mathematics*, 28(4), 401–431. doi: 10.1007/BF01274081
- Hu, F. T., Ginns, P., & Bobis, J. (2015). Getting the point: Tracing worked examples enhances learning. *Learning and Instruction*, 35, 85–93. doi: 10.1016/j.learninstruc.2014.10.002

- Kalyuga, S. (2009). Instructional designs for the development of transferable knowledge and skills: A cognitive load perspective. *Computers in Human Behavior*, 25(2), 332–338. doi: 10.1016/j.chb.2008.12.019
- Macken, L., & Ginns, P. (2014). Pointing and tracing gestures may enhance anatomy and physiology learning. *Medical Teacher*, 36(7), 596–601. doi: 10.3109/0142159X.2014.899684
- Mavilidi, M. F., Okely, A., Chandler, P., Domazet, S. L., & Paas, F. (2018). Immediate and delayed effects of integrating physical activity into preschool children's learning of numeracy skills. *Journal of Experimental Child Psychology*, 166, 502–519. doi: 10.1016/j.jecp.2017.09.009
- Moeller, K., Martignon, L., Wessolowski, S., Engel, J., & Nuerk, H. C. (2011). Effects of finger counting on numerical development—The opposing views of neurocognition and mathematics education. *Frontiers in Psychology*, 2, 328. doi: 10.3389/fpsyg.2011.00328
- Moreno, R., & Mayer, R. E. (1999). Multimedia-supported metaphors for meaning making in mathematics. *Cognition and Instruction*, 17(3), 215–248. doi: 10.1207/S1532690XCI1703_1
- Pouw, W. T., Van Gog, T., & Paas, F. (2014). An embedded and embodied cognition review of instructional manipulatives. *Educational Psychology Review*, 26(1), 51–72. doi: 10.1007/s10648-014-9255-5
- Retnowati, E., Ayres, P., & Sweller, J. (2010). Worked example effects in individual and group work settings. *Educational Psychology*, 30(3), 349–367. doi: 10.1080/01443411003659960
- Richland, L. E., Stigler, J. W., & Holyoak, K. J. (2012). Teaching the conceptual structure of mathematics. *Educational Psychologist*, 47(3), 189–203. doi: 10.1080/00461520.2012.667065
- Risko, E. F., & Gilbert, S. J. (2016). Cognitive Offloading. *Trends in Cognitive Sciences*, 20(9), 676–688. doi: 10.1016/j.tics.2016.07.002
- Schwonke, R., Renkl, A., Krieg, C., Wittwer, J., Aleven, V., & Salden, R. (2009). The worked-example effect: Not an artefact of lousy control conditions. *Computers in Human Behavior*, 25(2), 258–266. doi: 10.1016/j.chb.2008.12.011
- Schwonke, R., Renkl, A., Salden, R., & Aleven, V. (2011). Effects of different ratios of worked solution steps and problem solving opportunities on cognitive load and learning outcomes. *Computers in Human Behavior*, 27(1), 58–62. doi: 10.1016/j.chb.2010.03.037
- Sweller, J. (2006). The worked example effect and human cognition. *Learning and Instruction*, 16(2), 165–169. doi: 10.1016/j.learninstruc.2006.02.005
- Sweller, J., & Cooper, G. A. (1985). The use of worked examples as a substitute for problem solving in learning algebra. *Cognition and Instruction*, 2(1), 59–89. doi: 10.1207/s1532690xci0201_3
- Sweller, J., Ayres, P. L., Kalyuga, S., & Chandler, P. (2003). The expertise reversal effect. *Educational Psychology*, 38(1), 23–31. doi: 10.1207/S15326985EP3801_4
- Sweller, J., van Merriënboer, J. J., & Paas, F. (2019). Cognitive architecture and instructional design: 20 years later. *Educational Psychology Review*, 31(2), 261–292. doi: 10.1007/s10648-019-09465-5
- Tang, M., Ginns, P., & Jacobson, M. J. (2019). Tracing enhances recall and transfer of knowledge of the water cycle. *Educational Psychology Review*, 31(2), 439–455. doi: 10.1007/s10648-019-09466-4
- Van Gog, T., Paas, F., & Van Merriënboer, J. J. (2004). Process-oriented worked examples: Improving transfer performance through enhanced understanding. *Instructional Science*, 32, 83–98. doi: 10.1023/B:TRUC.0000021810.70784.b0
- Wilson, M. (2002). Six views of embodied cognition. *Psychonomic Bulletin and Review*, 9(4), 625–636. doi: 10.3758/BF03196322
- Yeo, L. M., & Tzeng, Y. T. (2020). Cognitive effect of tracing gesture in the learning from mathematics worked examples. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(4), 733–751. doi: 10.1007/s10763-019-09987-y