

#### 4-2 小考 2 參考解法

##### 一、單選題：

1.

我們可以將  $X$  的數據由小排到大，得到新的表格：

$X$	5	6	7	8	9	10
$Y$	7	8	9	10	11	12
$Z$	8	10	12	14	16	18
$W$	-7	-9	-11	-13	-15	-17

由上表我們可以看到關係式：

$$Y = X + 2, Z = 2X - 2, W = -2X + 3$$

所以  $X$  與  $Y$  是完全正相關， $r_{XY} = 1$

$X$  與  $Z$  是完全正相關， $r_{XZ} = 1$

$X$  與  $W$  是完全負相關， $r_{XW} = -1$

所以  $r_{XY} = r_{XZ} > r_{XW}$

Ans : D #

##### 二、多選題：

2.

由圖可以容易的看出  $r_1 = r_2 = 0$ ， $r_3 > 0$ ， $r_4 > 0$ ， $r_5 < 0$

所以我們需要去思考的事情就是  $r_3$  跟  $r_4$  誰比較大

我們假設圖(三)的二維數據為  $(X, Y)$ ，圖四的二維數據為  $(X', Y')$

我們可以找到關係式  $X' = 2X - 3$ ， $Y' = 2Y - 3$

因為  $2 \times 2 = 4 > 0$

所以  $X'$  與  $Y'$  的相關係數等於  $X$  與  $Y$  的相關係數

所以  $r_3 = r_4 > r_1 = r_2 > r_5$

Ans : A、D、E #

3.

(A)  $\bar{x} = 2$  ,  $\bar{y} = 10$  ,  $S_{XY} = 192$  ,  $S_{XX} = 72$  ,  $S_{YY} = 800$

$$r = \frac{S_{XY}}{\sqrt{S_{XX}}\sqrt{S_{YY}}} = \frac{192}{\sqrt{72}\sqrt{800}} = \frac{192}{\sqrt{(9 \times 8) \times (8 \times 100)}} = \frac{192}{240} = 0.8 \dots \text{ok!!}$$

(B) 迴歸直線斜率  $= b = \frac{S_{XY}}{S_{XX}} = \frac{192}{72} = \frac{8}{3} \dots \text{NO!!!}$

(C) 所以迴歸直線： $y = a + \frac{8}{3}x$

因為  $(\bar{x}, \bar{y}) = (2, 10)$  是迴歸直線上的一點，所以代入迴歸直線求  $a$

$$10 = a + \frac{8}{3} \times 2 \Rightarrow a = 10 - \frac{16}{3} = \frac{30 - 16}{3} = \frac{14}{3}$$

所以迴歸直線方程式： $y = \frac{14}{3} + \frac{8}{3}x$

$y$  截距的意思就是：當  $x = 0$ ，直線與  $y$  軸所交的  $y$  值。

$x = 0$ ： $y = \frac{14}{3}$ ，所以  $y$  截距  $= \frac{14}{3} \dots \text{NO!!!}$

(D) ok!!!

(E) 因為  $r = 0.8 \neq 1$ ，所以  $X$  與  $Y$  不是完全正相關，所以不會所有的樣本點都在同一直線上  $\dots \text{NO!!!}$

Ans：A、D #

### 三、填充題

4.

$X$  與  $X$  的相關係數  $= r_{XX} = 1$

要求  $X$  與  $Y = -8X + 7$  的相關係數。

因為  $1 \times (-8) = -8 < 0$ ，所以  $r_{XY} = -r_{XX} = -1$  #

5. (1)(2)(3)：同學自行練習看看。

(1)  $\sigma_X = 6$  #

(2)  $\sigma_Y = \sqrt{19.8}$  #

(3)  $r = \frac{\sqrt{55}}{110}$  #

6. 同學可參考 4-2 小考 1 的第 1 題做做看。

迴歸直線方程式： $y = \frac{89}{5} - \frac{4}{5}x$  #

7. .

(1)

$$r = \frac{S_{XY}}{n\sigma_X\sigma_Y} \Rightarrow 0.75 = \frac{S_{XY}}{10 \times 15 \times 12} \Rightarrow S_{XY} = 0.75 \times 10 \times 15 \times 12 = 1350$$

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{S_{XX}}{n}} \Rightarrow S_{XX} = n\sigma_X^2 = 10 \times 15^2 = 2250$$

$$b = \frac{S_{XY}}{S_{XX}} = \frac{1350}{2250} = \frac{3}{5}$$

因為  $(\bar{x}, \bar{y}) = (70, 72)$  是迴歸直線上的一點，所以代入迴歸直線求  $a$

$$72 = a + \frac{3}{5} \times 70 \Rightarrow a = 72 - 42 = 30$$

所以迴歸直線方程式：  $y = 30 + \frac{3}{5}x$  #

(2)

$$x = 90 \text{ 代入迴歸直線： } y_{90} = 30 + \frac{3}{5} \times 90 = 30 + 54 = 84 \text{ #}$$

#### 四、計算題

8. 同學可以參考 4-2 習作第 6 題然後做做看.

$$(1) r = \frac{11}{16} \text{ #}$$

$$(2) y = \frac{71}{32} + \frac{11}{32}x \text{ #}$$

(3) 6 級分 #