4-1 習作參考解法

基本題

1. (1)平均數$=\dfrac{5+8+7+6+3+4}{6}=\dfrac{33}{6}=5.5$ #

※要求中位數要先將數字由小排到大。

排序：3，4，5，6，7，8

個數是偶數個的中位數是最中間兩項的平均數。

中位數$=\dfrac{5+6}{2}=\dfrac{11}{2}=5.5$ #

(2)平均數$=\dfrac{280+284+277+282+256}{5}=\dfrac{1381}{5}=276.2$ #

排序：258，277，280，282，284

中位數$=280$ #

(3)平均數$=\dfrac{3+3+3+3+4+4+4+5+5+5+6+6+7+7+7}{15}=\dfrac{72}{15}=\dfrac{24}{5}=4.8$ #

題目已排序。

中位數$=5$ #

2. (1)前四個數字和$=4\times 20=80$，由這小題的條件可以所得到的五個數字和$=80+36=116$

所以五個數字的平均$=\dfrac{116}{5}=23.2$ #

(2)前四個數字和$=4\times 20=80$，由這小題的條件可以所得到的五個數字和$=5\times 19=95$

所以第五個數據$=95-80=15$ #

3. (1) x_i：2，5，10，12，16

$\bar{x}=\dfrac{2+5+10+12+16}{5}=\dfrac{45}{5}=9$

$x_i-\bar{x}$：-7，-4，1，3，7

變異數$=\sigma^2=\dfrac{(-7)^2+(-4)^2+1^2+3^2+7^2}{5}=\dfrac{49+16+1+9+49}{5}=\dfrac{124}{5}=24.8$ #

標準差$=\sigma=\sqrt{24.8}\fallingdotseq 4.98$ #

(2) x_i：72，73，68，67，70，76

$\bar{x}=\dfrac{72+73+68+67+70+76}{6}=\dfrac{426}{6}=71$

$x_i-\bar{x}$：-1，2，-3，-4，-1，5

變異數$=\sigma^2=\dfrac{(-1)^2+2^2+(-3)^2+(-4)^2+(-1)^2+5^2}{6}=\dfrac{1+4+9+16+1+25}{6}=\dfrac{56}{6}\fallingdotseq 9.33$ #

標準差$=\sigma=\sqrt{9.33}\fallingdotseq 3.05$ #

4. 平均數$=\bar{x}=\dfrac{1}{12}\sum_{i=1}^{12}x_i=\dfrac{1}{12}\times 252=21$ #

標準差$=\sigma=\sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{12}(x_i-\bar{x})^2}{12}}=\sqrt{\dfrac{48}{12}}=\sqrt{4}=2$ #

標準題

5.

※已分組數據，要用組中點代表整組。
※算平均數與標準差時要記得乘上每組的個數。

平均數$=\bar{x}=\dfrac{15\times3+25\times4+35\times2+45\times1}{10}=\dfrac{45+100+70+45}{10}=\dfrac{260}{10}=26$個 #

標準差$=\sigma=\sqrt{\dfrac{(15-26)^2\times3+(25-26)^2\times4+(35-26)^2\times2+(45-26)^2\times1}{10}}=\sqrt{\dfrac{890}{10}}=\sqrt{89}\fallingdotseq 9.43$個 #

6. $\bar{x}=\dfrac{164+167+163+166+165}{5}=165$

$$\sigma=\sqrt{\frac{(164-165)^2+(167-165)^2+(163-165)^2+(166-165)^2+(165-165)^2}{5}}=\sqrt{2}$$

標準化數據：

$164\rightarrow\dfrac{164-165}{\sqrt{2}}=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$167\rightarrow\dfrac{167-165}{\sqrt{2}}=\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

$163\rightarrow\dfrac{163-165}{\sqrt{2}}=-\dfrac{2}{\sqrt{2}}=-\sqrt{2}$

$166\rightarrow\dfrac{166-165}{\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$165\rightarrow\dfrac{165-165}{\sqrt{2}}=0$ #

7. 設期末考x分

則學期成績$=85\times0.3+87\times0.3+x\times0.4=25.5+26.1+0.4x=51.6+0.4x$

已知學期成績 90 分，所以$51.6+0.4x=90\Rightarrow 0.4x=90-51.6=38.4\Rightarrow x=\dfrac{38.4}{0.4}=96$

Ans：96分 #

8. ※算平均數與標準差時要記得乘上每組的個數。

$$平均數 = \bar{x} = \frac{65\times6+66\times5+67\times5+68\times3+69\times4+70\times2}{25} = \frac{1675}{25} = 67 歲 \ \#$$

$$標準差 = \sigma = \sqrt{\frac{(-2)^2\times6+(-1)^2\times5+0^2\times5+1^2\times3+2^2\times4+3^2\times2}{10}} = \sqrt{\frac{66}{25}} = \sqrt{2.64} \fallingdotseq 1.62 歲 \ \#$$

引導題

9. (1) ※要算兩組合在一起的平均，要先算兩組合在一起的總分。
※要算兩組合在一起的總分，要先算各組的總分。

A 組總分 $= 20\times85 = 1700$

B 組總分 $= 30\times70 = 2100$

兩組合在一起的總分 $= 1700+2100 = 3800$

兩組合在一起的平均 $= \frac{3800}{50} = 76$ 分 #

(2)
$$\sigma_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{20} x_i^2 - 20\bar{x}^2}{20}}$$

$$\Rightarrow 5 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{20} x_i^2 - 20\times85^2}{20}}$$

$$\Rightarrow 25 = \frac{\sum_{i=1}^{20} x_i^2 - 20\times85^2}{20}$$

$$\Rightarrow 500 = \sum_{i=1}^{20} x_i^2 - 20\times85^2$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 500+20\times85^2 = 500+144500 = 145000 \ \#$$

(3) 同學可以參考第(2)小題做做看.

$$Ans：\sum_{i=21}^{50} x_i^2 = 148920 \ \#$$

(4)
$$\sum_{i=1}^{50} x_i^2 = \sum_{i=1}^{20} x_i^2 + \sum_{i=21}^{50} x_i^2 = 145000+148920 = 283920 \ \#$$

$$標準差\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{50} x_i^2 - 50\bar{x}^2}{50}} = \sqrt{\frac{283920-50\times76^2}{50}} = \sqrt{\frac{5120}{50}} = \sqrt{102.4} \fallingdotseq 10.12 分 \ \#$$

10. (1)新數據的平均數$=\dfrac{2+3+0+4+a}{5}=\dfrac{9+a}{5}$ #

(2) ※平均數是分數，所以用變異數的定義會不好算，所以這邊考慮用變異數的計算公式。

$$\text{新數據的變異數}=\frac{2^2+3^2+0^2+4^2+a^2-5\times\left(\dfrac{9+a}{5}\right)^2}{5}$$

$$=\frac{4+9+0+16+a^2-\dfrac{81+2a+a^2}{5}}{5}$$

$$=\frac{5\left(4+9+0+16+a^2\right)-\left(81+18a+a^2\right)}{25}$$

$$=\frac{1}{25}\left(4a^2-18a+64\right)\ \#$$

(3)這題可以有兩個想法。

想法 1：

利用原本的 5 個數據，算出來的標準差$=\sqrt{2}$，然後解 A.

想法 2：

因為新的數據是原本的數據減 70，所以標準差不會改變(平移不會改變數據分散程度)，

所以我們可以用新的數據，算出來的標準差$=\sqrt{2}$，然後解 a，再加回 70，就得到 A 了。

在這邊我們用第二個做法做：

由第(2)小題我們知道新的變異數$=\dfrac{1}{25}\left(4a^2-2a+64\right)$，所以新的標準差$=\sqrt{\dfrac{1}{25}\left(4a^2-18a+64\right)}$

所以$\sqrt{\dfrac{1}{25}\left(4a^2-18a+64\right)}=\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{25}\left(4a^2-18a+64\right)=2$$

$$\Rightarrow 4a^2-18a+64=50$$

$$\Rightarrow 4a^2-18a+14=0$$

$$\Rightarrow 2a^2-9a+7=0$$

$$\Rightarrow (2a-7)(a-1)=0$$

$$\Rightarrow a=\frac{7}{2}=3\frac{1}{2}\ \text{ or }\ a=1$$

$$\Rightarrow A=73\frac{1}{2}\ \text{ or }\ A=71$$

可是 A 代表的是打高爾夫的桿數，不可能有分數桿，所以 $A=73\dfrac{1}{2}$ 不合

所以 $A=71$ #