

2-3 重點整理

※先備知識 $C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k(k-1)\cdots 1}$

請一定要記熟!!!

Ex: $C_3^7 = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1}$

※正式開始：

1. 二項式定理(以 x 為主)： $(x+y)^n = C_n^n x^n y^0 + C_{n-1}^n x^{n-1} y + \cdots + C_1^n x y^{n-1} + C_0^n y^n$

或者 (以 y 為主)： $(x+y)^n = C_0^n x^n y^0 + C_1^n x^{n-1} y + \cdots + C_{n-1}^n x y^{n-1} + C_n^n y^n$

註：要學會觀察之一

從以 y 為主的來看， $(x+y)^n$ 的第 1 項為 $C_0^n x^n y^0$ ，第 2 項為 $C_1^n x^{n-1} y^1$ ，...

第 $a+1$ 項為 $C_a^n x^{n-a} y^a$ 。

請注意看係數

Ex: $(x+y)^7$ 的第 3 項為 $C_2^7 x^5 y^2$

要學會觀察之二

$(x+y)^n$ 的每項係數為 C_0^n 、 C_1^n 、...、 C_n^n ，

所以一看到 $C_0^n + C_1^n + \cdots + C_{n-1}^n + C_n^n$ 要馬上想到二項式定理。

2. 巴斯卡定理： $C_r^{n+1} = C_r^n + C_{r-1}^n$

3. 重要三應用：主要是要會判斷三者的差別，並且會算出三種題型。

a. $C_0^n + C_1^n + \cdots + C_{n-1}^n + C_n^n \rightarrow$ 請聯想到二項式定理，並寫出二項式定理。

b. $C_0^r + C_1^{r+1} + \cdots + C_k^{r+k} = C_k^{r+k+1}$

c. $C_r^r + C_r^{r+1} + \cdots + C_r^{r+k} = C_{r+1}^{r+k+1}$

b.的記憶法：

上面的是兔媽媽，下面的是兔寶寶，兔寶寶從 0 開始，兔媽媽兔寶寶一起跳，跳到最後兔寶寶沒力了剩下兔媽媽自己跳。

c.的記憶法：

上面的是兔媽媽，下面的是兔寶寶，兩隻兔子一開始在一起，兔媽媽很努力的一直跳，兔寶寶都不動，到最後兔媽媽還在跳，兔寶寶怕兔媽媽丟下它所以也往上跳。

註：這邊可以自己多出幾題練習看看。

4. 其他應用：多做題目累積經驗。