

國立臺中文華高級中學九十九學年度第一次教師甄選  
數學科填充題暨答案

測驗說明：本試題共 2 頁，總分 100 分，分成兩個部分。

填充題只須寫出答案，不用計算過程；

計算題請寫出運算過程，如果計算題只有寫答案，則不予計分。

請務必標示清楚題號，填充題需要計算時請利用多餘的答案卷。

一、 填充題：(16 格，每格 5 分，共 80 分)

【1】、 $\triangle ABC$  中，已知  $\overline{AB}=4$ ， $\overline{BC}=5$ ， $\overline{CA}=6$ ， $\triangle ABC$  內部一點  $P$  到  $\overline{AB}$ ， $\overline{BC}$ ， $\overline{CA}$  的距離分別為  $h_1$ ， $h_2$ ， $h_3$ ，則  $h_1^2 + h_2^2 + h_3^2$  的最小值為\_\_\_\_\_。

【2】、一光線通過  $(-4, 5)$ ，經  $x$  軸反射後與圓： $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 5$  相切，求原光線之方程式為\_\_\_\_\_。

【3】、數列  $1, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4, \dots$ ，依此規則，問此數列的前 200 項總和=\_\_\_\_\_。

【4】、 $\cos 10^\circ \cos 20^\circ \cos 30^\circ \cos 40^\circ \cos 50^\circ \cos 60^\circ \cos 70^\circ \cos 80^\circ =$ \_\_\_\_\_。

【5】、甲乙丙丁戊己庚七人排成一列，求下列各排列數

(1) 甲乙不排首，丙丁戊不排末的排列數=\_\_\_\_\_。

(2) 甲不排奇數位，乙不排偶數位，丙不排首末的排列數=\_\_\_\_\_。

【6】、試求無窮級數  $1 - \frac{\pi^2}{2!} + \frac{\pi^4}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{\pi^{2n}}{(2n)!} + \dots$  之和=\_\_\_\_\_。

【7】、一個正四面體盒子內部邊長為 8，要在四面體內部放入 35 顆一樣大小的球，求放入球的最大半徑=\_\_\_\_\_ (分母須有理化成整數)

【8】、函數  $y = \frac{1 + \sin x}{2 + \cos x}$  之最大值為  $\alpha$ ，最小值為  $\beta$ ，則數對  $(\alpha, \beta) =$ \_\_\_\_\_。

【9】、求函數  $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{5-x}$  ( $-1 < x < 1$ ) 的最大值 \_\_\_\_\_

【10】、已知  $x+2y+3z=14, x^2+y^2+z^2=196$  ,  $x, y, z \in \mathbb{R}$  求  $z$  之最大值為\_\_\_\_\_

【11】、設有一階梯共有 100 階，每次只能走 2 階或 3 階，若走到第  $n$  階的方法數為  $A_n$ ，其中  $n$  為正整數，求  $A_{15} =$ \_\_\_\_\_。

【12】、 $AAABBCCDEF$  共十個字母排成一列，同字母不相鄰的排列方法有 \_\_\_\_\_種。

【13】、由數字 1000，1001，1002，、、、，一直寫到 5678，問這些自然數中共有幾個數字含有“0” \_\_\_\_\_

【14】、設  $f(x) = x^2 + ax + b$ ，若  $f(f(x)) < f(x)$  的解為  $-2 < x < -1$  或  $4 < x < 5$ ，則序對  $(a, b) =$ \_\_\_\_\_。

【15】、 $p$  為不小於 3 的質數，則位於雙曲線  $x^2 - y^2 = p^2$  上的格子點有 \_\_\_\_\_個。

### 答案

【1】	$\frac{225}{44}$	【2】	$2x+y+3=0$	【3】	1385	【4】	$\frac{3}{256}$
【5】 (1)	2160	【5】 (2)	1008	【6】	-1	【7】	$\frac{8-2\sqrt{6}}{5}$
【8】	$(\frac{4}{3}, 0)$	【9】	$\frac{\sqrt{6}}{12}$	【10】	$3+\sqrt{65}$	【11】	28
【12】	47760	【13】	1296	【14】	$(-3, -5)$	【15】	6