臺北市立南港高工 97 學年度教師甄選筆試命題試題紙

甄選科別：數學科　　　科目：高中數學

計算及證明題，共 10 題，每題 10 分，滿分 100 分。
（須寫出計算過程，否則不予計分。）

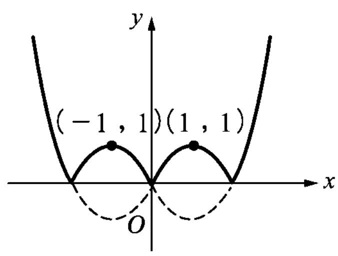
1. 試證：一元二次方程式 $x^2-2007x+2009=0$ 沒有整數解。
2. 若 $f(x)=2^x-2^{-x}$（x 為實數），試求 $f^{-1}(x)$。
3. 已知多項函數 $f(x)=x^4-5x^3+10x^2-10x+4$，且 $f(1-i)=0$，若存在實數 k 使得 $f(k)>0$，求 k 的範圍。
4. n 為自然數，$a>0$，$b>0$，試證：$\left(\frac{a+b}{2}\right)^n\leq\frac{a^n+b^n}{2}$。
5. 設 $0\leqq x\leqq\frac{\pi}{2}$，求 $\frac{3+\sin x-\cos^2 x}{1+\sin x}$ 的最小值。
6. (1)在坐標平面上，試繪 $y=\left|x^2-2|x|\right|$ 之圖形。

   (2)當方程式 $\left|x^2-2|x|\right|=kx+1$ 恰有 4 個相異實根時，k 值之範圍為？
7. $a\in\mathrm{R}$，試就 a 值討論 $\begin{cases}ax+y+z=x+1\\x+ay+z=y+1\\x+y+az=z+1\end{cases}$ 三平面相交情形，並求其解。
8. 求經過(-1，-2)，(0，4)，(2，1)，(4，-1)之等軸雙曲線方程式。
9. 袋中有10個白球，x個紅球（$x\geqq2$，$x\in\mathrm{N}$），由袋中任取出2球，其恰為一白球、一紅球的機率為P（x），求P（x）的最大值為何？
10. 設｛A，B，C｝為樣本空間 U 的一個分割，D 為任意事件，若 P（D）>0，P（A）>0，P（B）>0，P（C）>0，

    試證：$P(A\mid D)=\frac{P(A)\,P(D\mid A)}{P(A)\,P(D\mid A)+P(B)\,P(D\mid B)+P(C)\,P(D\mid C)}$。

臺北市立南港高工 97 學年度教師甄選筆試數學科試題參考答案

1. 略
2. $f^{-1}(x)=\log_2\frac{x+\sqrt{x^2+4}}{2}$ （x 為實數）
3. $k>2$ 或 $k<1$
4. 略
5. $2\sqrt{2}-1$
6. (1)



   (2)當$-\frac{1}{2}<k<\frac{1}{2}$恰有 4 個相異實根

7. (1)當$a\neq 2$，且$a\neq -1$，方程組恰有一解（$\frac{1}{a+1}$，$\frac{1}{a+1}$，$\frac{1}{a+1}$），表三平面相交於一點。
   (2)當$a=2$時，（t，s，$1-t-s$），t，$s\in\mathrm{R}$，表一平面。
   (3)當$a=-1$時，方程組無解，表三平面兩兩相交於一直線，但三線不共點
8. $19x^2-10xy-19y^2-91x+53y+92=0$
9. $\frac{10}{19}$
10. 略