

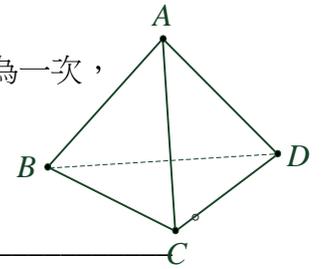
臺北市立中山女子高級中學 113 學年度第 1 次教師甄選

數學科題目(測驗題型部分)

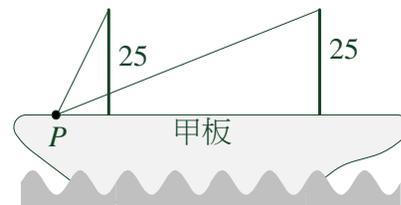
1. 若 $f(n) = (n^2 - 2n + 1)^{\frac{1}{3}} + (n^2 - 1)^{\frac{1}{3}} + (n^2 + 2n + 1)^{\frac{1}{3}}$ ，求 $\sum_{k=1}^{500} \frac{1}{f(2k-1)} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 各邊長皆不相等的五邊形 $ABCDE$ ，有五種顏色可以選擇去塗各邊，一邊一色且相鄰邊必須異色，則有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種塗法。

3. 已知 $ABCD$ 為正四面體，有一隻小蟲反覆在四個頂點之間移動，它從一個頂點爬行至另一頂點稱為一次，已知小蟲從一頂點爬行到任一相鄰頂點的機率均相同，今小蟲從 A 點開始出發沿稜線爬行至 B 、 C 、 D 其中一點，設 a_n 表示小蟲爬行 n 次後在 A 點的機率。可以寫出一般式 $a_n = \underline{\hspace{2cm}}$



4. 設一艘船上有兩根高度相等，且與水平甲板垂直的船杆，其長皆為 25 公尺，彼此相距 50 公尺，今有一條 100 公尺長的繩子兩端繫於船杆頂，當將繩子拉直時，與甲板接觸點為 P ，如右圖所示，則點 P 與較近船杆間的距離為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 公尺。



5. 在坐標平面上，考慮二階方陣 $A = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ 所定義的線性變換。對於平面上異於原點 O 的點 P_1 ，設 P_1 經 A 變換成 P_2 ， P_2 經 A 變換成 P_3 。假設 P_1 是圖形 $y = \frac{1}{10}x^2 - 10$ 上的動點，則 $\Delta P_1 P_2 P_3$ 面積的最小可能值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 卡當諾(Girolamo Cardano, 1501-1576)所著的《偉大的技藝(Ars Magna, 英譯為 The Great art)》書中有一題有趣的三角形面積問題：

There is a triangle the difference between the first and the second sides of which is 1 and between the second and third sides of which is also 1, and the area of which is 3. What is the largest side length? Ans : $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 設 $f(x)$ 為正值函數(函數值皆為正數)且為可微分函數，對任意實數 x 、 y ，滿足 $f(x+y) = 2f(x)f(y)$ ，若 $f'(0) = 2$ ，則 $\frac{f''(x)}{f(x)} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 若 $[x]$ 表示實數 x 的高斯函數值，則 $\left[\frac{1}{20} \times \frac{999^{1000}}{1000^{999}} \right] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. ΔABC 中， $A(4, 0, 0)$ ， $B(0, 4, 0)$ ， $C(0, 0, 4)$ ， M 為 \overline{BC} 中點，今將 C 點沿 \overline{AM} 對折至 C' 點使 $\overline{BC'} = 2\sqrt{2}$ ，若 C' 的 z 坐標為正，且 C' 在平面 ABC 的投影點為 H ，則平面 $HC'B$ 的方程式為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 已知 $\tan 10\theta = \frac{a_1 \cdot \tan \theta + a_3 \cdot \tan^3 \theta + a_5 \cdot \tan^5 \theta + a_7 \cdot \tan^7 \theta + a_9 \cdot \tan^9 \theta}{a_0 + a_2 \cdot \tan^2 \theta + a_4 \cdot \tan^4 \theta + a_6 \cdot \tan^6 \theta + a_8 \cdot \tan^8 \theta + a_{10} \cdot \tan^{10} \theta}$ ，則 $\sum_{k=0}^{10} |a_k| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：

1	2	3	4	5
5	1020	$a_n = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^n$	$\frac{50\sqrt{6}}{3} - 25$	24
6	7	8	9	10
$\sqrt{2\sqrt{13}+2}+1$	16	18	$2x - y - z + 4 = 0$	1024