

新竹市立香山高級中學 113 學年度教師甄選題目卷

科目：高中數學科

▲選擇題：(單選題，每題 4 分，請就選項中選擇最適合的答案)

1. P 為圓 O 上的動點， $\overline{AB}$ 為圓 O 直徑， $\overline{AB} = 10$ ，則 $2\overline{PA} + 3\overline{PB}$ 的最小值為何？(A)23 (B)22 (C)21 (D)20
2. 有一正立方體的邊長為 1，已知 $\vec{a}$ 為起點與終點皆為此正立方體的頂點之向量，且 $|\vec{a}| = 1$ ，則共有多少個不相等的向量 $\vec{a}$ ？(A)5 (B)6 (C)7 (D)8
3. 一公正的正立方體骰子，六面分別為 1、2、3、4、5、6 等六種點數，請問至少要擲一粒這樣的骰子多少次，才能保證至少有 3 次會出現相同的點數？(A)6 (B)7 (C)12 (D)13
4. 已知 $x + y + z = 1$ ， $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ ， $x^3 + y^3 + z^3 = 3$ ，則 $x^4 + y^4 + z^4$ 的值為何？(A) $\frac{25}{6}$ (B) $\frac{25}{7}$ (C) $\frac{25}{8}$ (D) $\frac{25}{9}$
5. 已知 a, b, c 為正數，且 $a + b + c = 1$ ，則 $(\frac{1}{a} - 1)(\frac{1}{b} - 1)(\frac{1}{c} - 1)$ 的最小值為何？(A)10 (B)9 (C)8 (D)7
6. 兩組資料 X 、 Y ，若 Y 對 X 的最適合直線為 $y = 30 + \frac{3}{5}x$ ，且 X 的平均數為 60，令 $s = -\frac{1}{2}x + 10$ ， $t = \frac{1}{6}y - 1$ ，且 t 對 s 的最適合直線為 $y = ax + b$ ，則 $a + b$ 的值為何？(A) $\frac{29}{5}$ (B) $\frac{12}{7}$ (C) $\frac{41}{23}$ (D) $\frac{38}{15}$
7. P 為三角形內一點， P 為下列何者時，其到三角形三邊距離的乘積為最大？
(A)內心 (B)重心 (C)垂心 (D)傍心
8. 多項式 $f(x)$ 滿足 $f(1)=0$ ， $f'(1) = -15$ ，則 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)}{5h}$ 的值為何？(A)3 (B)-1 (C)0 (D)-3
9. 四邊形 $ABCD$ 面積為 32，已知 $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 、 $\overline{AC}$ 的長為整數，且其和為 16，請問這樣的四邊形有多少個？(A)3 (B)4 (C)5 (D)6
10. 以 $\triangle ABC$ 三條中線為邊長所產生的三角形，其面積與 $\triangle ABC$ 的面積比為何？(A)1:2 (B)3:4 (C)5:6 (D)4:9
11. 坐標空間中三相異平面 E_1 、 E_2 、 E_3 皆通過 $(-1, 2, 0)$ 、 $(3, 0, 2)$ 兩點，請問以下哪一個點也同時在這三個平面上？(A)(2, 2, 1) (B)(4, -2, 2) (C)(-2, 4, 0) (D)(-5, -4, 0)
12. 在三維空間中，下列何者敘述為真？
(A) $3x - y = 0$ 表示一直線 (B) $2x - 4 = 0$ 表示一平面
(C) $x^2 + y^2 = 1$ 表示一個圓 (D) $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25 \\ 2x + 3y - 6z = 36 \end{cases}$ 表示一個圓
13. 2^{100} 的個位數字為何？(A)0 (B)2 (C)4 (D)6
14. $2^{-|x|} - |\log_2 x| = 0$ 有幾個解？(A)2 (B)1 (C)無限多解 (D)無解

背面尚有試題

15. $2^{4-x} = x$ 實根為 α ， $4 - x = 2^x$ 實根為 β ，請問 $\alpha + \beta$ 的值為何？(A)2 (B)3 (C)4 (D)5

16. 函數 $y = 2\sin 3x$ ($\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$) 與直線 $y = 2$ 圍成的封閉圖形，請問其面積為何？(A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) $\frac{4\pi}{3}$ (D) $\frac{5\pi}{3}$

17. $a = \frac{\sqrt{2}}{2}(1 - i)$ ，則 $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ -a^3 & 1 & -a \\ a^2 & a^3 & 1 \end{vmatrix}$ 的值為何？(A)2 (B) $\frac{2}{3}$ (C)0 (D) $\frac{5}{7}$

18. 四邊形 ABCD 為等腰梯形， $\overline{AD}$ 、 $\overline{BC}$ 為腰，且 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{CD} = 6$ ， $\overline{AB} // \overline{CD}$ ，則兩向量 $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 的內積 $\overline{AB} \cdot \overline{CD}$ 為何？
(A)18 (B)36 (C)24 (D)9

19. 大寶車輛進廠保養，維修工程師檢查後向大寶表示，車輛的 4 顆輪胎皆已過度磨損，須全數更換以維護行車安全，

然而更換輪胎需先將舊輪胎拆下，而每顆輪胎都有一個主螺絲釘需要先行拔掉，才能拆卸該輪胎，請問一位工程師

拆卸完 4 顆輪胎，共有多少種不同的順序(拔掉主螺絲釘，不一定要馬上拆卸輪胎)？

(A)2520 (B)1260 (C)5040 (D)630

20. 已知橢圓 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 與雙曲線 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{k} = 1$ ，有共同的焦點 F_1 、 F_2 ，若 P 是兩圖形的交點，則 ΔPF_1F_2 的面積為何？
(A)5 (B)3 (C)1 (D)2

21. 巴克球是由正五邊形與正六邊形組合而成，已知每一個正五邊形的周圍圍繞著 5 個正六邊形，每一個正六邊形周圍

交錯圍繞著 3 個正六邊形與 3 個正五邊形，每個頂點由一個正五邊形與兩個正六邊形匯聚而成，則一個巴克球會有

幾條稜線？(A)88 (B)89 (C)90 (D)91

22. 設 $g(x) = xf(x) + 1$ ，且 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 3$ ，則 $g'(0)$ 的值為何？(A)3 (B)4 (C)5 (D)6

23. 直線 $y = x$ 與拋物線 $y = x^3$ 所圍成封閉區域的面積為何？(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{6}$

24. 函數 $f(x)$ 滿足 $f(x + y) = f(x) + f(y) + 2xy$ ，且 $f'(0) = 0$ ，則 $f'(a)$ 的值為何？(A)5a (B)4a (C)3a (D)2a

25. 設 A、B、C 皆為 n 階矩陣， $l, m \in N$ ， $a \in R$ ，下列何者有誤？

(A) $(A-B)(A+B) = A^2 - B^2$

(B) $A(B - C) = AB - AC$

(C) $(aA)^m = a^m A^m$

(D) $(A^l)^m = A^{lm}$

試題結束

新竹市立香山高級中學 113 學年度高中數學科教師甄選答案

1.	2.	3.	4.	5.
D	B	D	A	C
6.	7.	8.	9.	10.
A	B	D	B	B
11.	12.	13.	14.	15.
送分	B	D	A	C
16.	17.	18.	19.	20.
C	C	送分	A	D
21.	22.	23.	24.	25.
C	A	送分	D	A