臺中市立臺中第一高級中等學校 112 學年度第 1 次教師甄選　　數學科　試題卷

一、填充題 I：（每格 6 分）

1. 若將 22 個相同球放入 3 個不同袋子，每袋至少一球，則任兩袋球數和大於第三袋球數的情形有 ____(1)____ 種。

2. 設實數 α 、 β 滿足 $\begin{cases}\alpha^3-6\alpha^2+13\alpha=6\\ \beta^3-6\beta^2+13\beta=14\end{cases}$ ，則 $\alpha+\beta$ 的值為 ____(2)____ 。

3. 設三相異複數 α,β,γ 在複數平面上的點分別是 A,B,C ，若 $|\alpha-\beta|=4$ 且 $\alpha^2+5\beta^2+4\gamma^2-2\alpha\beta-8\beta\gamma=0$ ，則 ΔABC 面積為 ____(3)____ 。

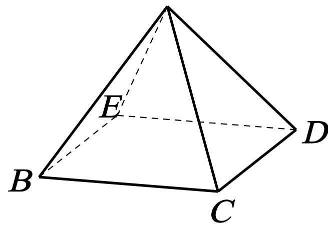
4. 有一 11 次實係數方程式 $x^{11}+6x^{10}+5x^9+a_8x^8+...+a_1x+a_0=0$ ，已知此方程式的根形成等差數列，則此數列的公差值為 ____(4)____ 。

5. 設 $n\in\mathrm{N}$ ， $f(n)=(\frac{4}{5})^n(n^2+4n)$ ，則使 $f(n)$ 為最大的 n 為 ____(5)____ 。

6. 已知方程式 $x^4+x=-1$ 的四根為 a,b,c,d ，則 $(a^2-3)(b^2-3)(c^2-3)(d^2-3)$ 的值為 ____(6)____ 。

7. 將 2023 個點 P_1 、 P_2 、 P_3 、…、 P_{2023} 依序排在一直線上，並使得 P_k 與 P_{k+1} 兩點的距離為 $\frac{1}{k}$ ，其中 $k=1,2,3,\cdots,2022$ ，則從這 2023 個點中，任取兩點的所有距離總和為 ____(7)____ 。

8. 如右圖，有一四角錐 $A-BCDE$ ，底面 $BCDE$ 為正方形，且 $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{AD}=\overline{AE}$ ，若四角錐 $A-BCDE$ 的表面積總和為 96 平方單位，則四角錐 $A-BCDE$ 的體積最大值為 ____(8)____ 立方單位。



9. $\left[x\right]$定義為小於或等於 x 的最大整數，則$\left[\frac{1}{3}\right]+\left[\frac{2}{3}\right]+\left[\frac{2^2}{3}\right]+\left[\frac{2^3}{3}\right]+....+\left[\frac{2^{2023}}{3}\right]$的個位數字為____(9)____。

10. 設四面體$O-ABC$，底面為邊長 12 的正三角形ΔABC，且$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$，令 O 在ΔABC的投影點為 H，$\overline{OH}=6$，又 A 在側面ΔOBC的投影點為 K，於$\overline{AK}$上取一點 P，使得$\overline{AP}:\overline{PK}=5:1$。若過 P 點有一平面 E 與底面ΔABC平行，則平面 E 與四面體$O-ABC$所截圖形之面積為____(10)____。

二、填充題 II：(每格 8 分)

11. 設方程式$x^3-4x+1=0$的三個相異複數根為 a, b, c，則$\frac{a+1}{(a-1)^4}+\frac{b+1}{(b-1)^4}+\frac{c+1}{(c-1)^4}$之值為____(11)____。

12. 設 a 為正整數，且使得方程式$\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}=a$有實數解，則所有 a 之總和為____(12)____。

13. 設F_1、F_2為雙曲線$\Gamma:\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$之兩焦點，$F_1$在$F_2$之左側，$P$ 在雙曲線Γ上，且 P、F_1、F_2不共線。若 G、I 分別為ΔPF_1F_2之重心與內心，且直線$\overleftrightarrow{GI}$垂直 x 軸，則ΔPF_1F_2的內切圓半徑為____(13)____。

14. 設坐標平面上有兩定點$A(2,3)$，$B(-9,6)$。若點 P 為圓$\Gamma: x^2+y^2=52$上之動點，則$3\overline{PA}-2\overline{PB}$之最小值為____(14)____。

15. 設$A=\sum_{k=1000}^{3375}\frac{1}{\sqrt[3]{k}}$，則 A 四捨五入至小數點後第一位的近似值為____(15)____。

$\boxed{\text{試題結束}}$

考生條碼籤
黏貼處

臺中市立臺中第一高級中等學校 112 學年度第 1 次教師甄選
數學科 答案卷

初閱	複閱

請由此開始書寫↴

一、填充題 I：(每格 6 分)

(1)	45	(2)	4	(3)	4
(4)	$\pm\frac{5}{11}$	(5)	7	(6)	97
(7)	2045253	(8)	$32\sqrt{3}$	(9)	3
(10)	$\frac{81}{16}\sqrt{3}$				

二、填充題 II：(每格 8 分)

(11)	$\frac{37}{4}$	(12)	9	(13)	$2\sqrt{2}$
(14)	$-5\sqrt{13}$	(15)	187.6		