

國立基隆女中 112 學年第 1 次教師甄試 筆試試題 數學科

一、填充題：每題 5 分，小計 60 分。

1. 滿足 $\lceil \log \sqrt{n} \rceil = \lfloor \sqrt{\log n} \rfloor$ 的最大正整數 n 為_____。

2. $\lceil \varphi^{2023} \rceil$ 的個位數為_____。 $(\varphi \approx 1.618$ 為黃金比例)

3. 將十個半徑為 1 的球堆成一個三角垛，則最上面那顆球的最高點離地面的高度為_____。

4. 若實數 $x > 1$ 滿足 $\log_2(\log_8 x) + \log_8(\log_4 x) + \log_4(\log_2 x) = \frac{2}{3}$ ，則
 $\log_2(\log_4 x) + \log_4(\log_8 x) + \log_8(\log_2 x) =$ _____。

5. 從集合 $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 中隨機選取 4 個互不相同的數，則其中任意兩個數的和均不等於 10 的機率為_____。

6. 設坐標平面上三點 $A(1, 0)$ 、 $B(0, 1)$ 、 $P(x, y)$ ，已知經平面線性變換 T 作用後， A 點被映射至點 $A'(1, \sqrt{3})$ 、 B 點被映射至點 $B'(-\sqrt{3}, 1)$ ，而 P 點被映射至點 P' 。
若點 P 先對直線 $L: y = 2x$ 鏡射，再經過 T 作用後，其結果相當於點 P 先經過 T 作用，再對直線 $L': y = mx$ 鏡射，則 m 之值為_____。

7. 已知有甲、乙、丙、丁四座城市，某商人最初待在甲城市，為了販售商品，每日會從所在城市移動到其他三座城市的其中一座，移動到任一座的機會皆相同，則三日後他在乙城市的機率為何？

8. 平面上， P 為 $\overline{AB}$ 上一點滿足 $\overline{AP} = 5$ 且 $\overline{BP} = 3$ ， Q 為平面上一點滿足 $\overline{AQ} = 7$ 且 $\overline{BQ} = 3$ ，若以 $\overline{AB}$ 為直徑作一圓 C ，自 P 向 Q 作射線 PQ 交圓 C 於點 R ，試求 $\overline{PR}$ 的長度。

國立基隆女中 112 學年第 1 次教師甄試 筆試試題 數學科

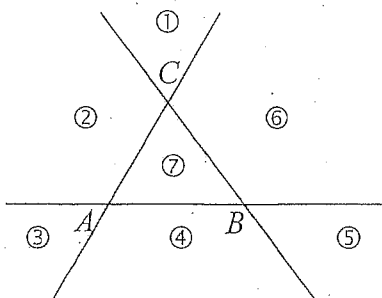
9.

設 f 為實數系上的連續函數，已知 $\frac{d}{dx} \int_0^{x^2} f(t) dt = x^3 + x$ ，試求 $\int_1^2 f(x) dx = ?$

10.

如下圖， $\triangle ABC$ 之三邊的延長線將平面分成七個區域，若

$2\overrightarrow{PA} + 3\overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PC}$ ，求 P 是在哪一區域？答：_____。(請填選項①至⑦)



11.

已知三直線 $L_1: \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ ， $L_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z+1}{3}$ ，

$L_3: \frac{x-4}{4} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$ ，若直線 L_1 與 L_2 、 L_3 均相交，求 $a : b : c$

= _____。(以最簡整數比表之)

12.

求 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_1^{1+h} \sqrt{5 + \sqrt{3+t}} dt$ 的值 _____。

二、計算題：每題10分，計20分。

1. 比較 e^π 與 π^e 的大小。

國立基隆女中 112 學年第 1 次教師甄試 筆試試題 數學科

2. 某公司宣稱其公司的藥劑檢驗出癌症的機率 p 在 0.9 以上 (含 0.9)。今檢定該藥劑檢驗出癌症的機率，並列出前三個步驟如下：

- ① 假設「藥劑檢驗出癌症的機率 $p \geq 0.9$ 」；
- ② 確立檢定統計量為「隨機觀察 4 次藥劑檢驗出癌症的次數」；
- ③ 設定顯著水準為 0.05。

回答下列問題。

- (1) 設隨機變數 X 表示藥劑檢驗出癌症的次數，求拒絕域 $X = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) 若試驗的結果為有 2 次藥劑檢驗出癌症，則是否拒絕「藥劑檢驗出癌症的機率 $p \geq 0.9$ 」的假設？ (填 是或否)，原因為何？

三、證明題：每題 10 分，計 20 分。

1. 設函數 f 在一包含 a 的開區間中有定義：

- (1) 請證明 f 在 $x = a$ 處可微分則 f 在 $x = a$ 處連續
- (2) 試給出一函數 g ，在 $x = 1$ 處連續，但在 $x = 1$ 處不可微分，並驗證之。

2. 已知等軸雙曲線 $\Gamma: x^2 - y^2 = a^2$ ($a > 0$) 上一定點 $P(x_0, y_0)$ 及雙曲線 Γ 上兩

動點 A, B 滿足 $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OP}) \cdot (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OP}) = 0$ (其中 O 為坐標原點)。

(1) 證明： $\overline{PA} \perp \overline{PB}$ ；

(2) 求 $\overline{AB}$ 的最小值。

國立基隆女子高級中學 112 年度第一次教師甄選數學科筆試答案

一、填充題(每格 5 分，共 60 分)

1.	2.	3.	4.	5.	6.
999999	9	$2 + \frac{4\sqrt{6}}{3}$	$\log_4 3$	$\frac{16}{33}$	$\frac{-8-5\sqrt{3}}{11}$
7	8	9	10	11	12
$\frac{7}{27}$	$\frac{-1+\sqrt{61}}{2}$	$\frac{5}{4}$	④	4 : 5 : 4	$\sqrt{7}$

二、計算題(20 分)

1. $e^\pi > \pi^e$	2. (1) 0.1 (2) 否
--------------------	---------------------

三、證明題(20 分)

1. 略	2. 略
------	------