

填充題（每格 5 分，共 100 分）

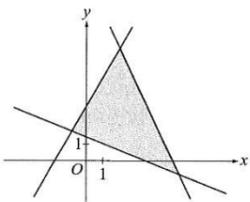
1. 一般市面上，最多顯示八位數的計算機可以顯示的最大數是 99999999。每按一次根號鍵  就把目前顯示的數字開平方根。請問從 99999999 開始，至少要連續按 _____ 次根號鍵 ，所得顯示的結果會是 1.……（一點多）。



2. 給定坐標平面上的六個點：(0,4)、(2,8)、(3,1)、(6,0)、(7,6)、(10,5)，包含此六點的凸多邊形中，最小的面積為 _____。

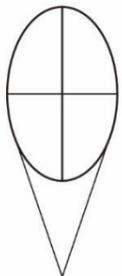
3. 若沒有實數 x 滿足 $|x-3|+|x-k+2|<k-1$ ，則實數 k 的範圍為 _____。

4. 圖中的灰色區域為二元一次聯立不等式 $\begin{cases} x+ay+b \geq 0 \\ cx+y+d \geq 0 \\ x+ey+f \leq 0 \end{cases}$ 的圖形，則 a, b, c, d, e, f 這 6 個數中，小於 0 的是 _____。



5. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=24$ ， $\angle C=60^\circ$ ， $\angle A > \angle B$ ，若 \overline{BC} 的長度為整數，則 \overline{BC} 共有 _____ 種可能。

6. 以 4 種不同顏色塗下圖 5 個區域，4 色全用，每區一色，相鄰區不同色，有 _____ 種方法。



7. 設 $f(x)$ 與 $g(x)$ 均為實係數多項式，其中 $g(x)=x^2+2x+k$ ，且 $(g(x))^2$ 除以 $f(x)$ 的餘式為 $g(x)$ 。若 $y=f(x)$ 的圖形與 x 軸無交點，則 k 的範圍為 _____。

國立新竹女子高級中學 111 學年度第 1 學期第 2 次教師甄選 數學科 試題 P2

8. 設 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，若已知 $f(x)$ 除以 $(x-1)^2$ 餘 1，除以 $x(x+1)$ 餘 $x+2$ ，則 $y = f(x)$ 圖形對稱中心的 x 坐標為_____。

9. 解不等式： $(0.5^x - 1)(3^x + 1)(5^x - 125)(7^x - 49) > 0$ ，得 x 範圍為_____。

10. 坐標平面上， O 為原點，若直線 $L: x + y = k$ 與圓 $C: x^2 + y^2 - 4x - 4y + k = 0$ 交於相異的兩個點 A, B ，則內積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 的範圍為_____。

11. 空間中， $A(-2, 8, 0)$ 、 $B(3, 1, 4)$ ， P 為 y 軸上一點，則讓 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 有最小值的 P 坐標為_____。

12. 設空間中三向量 $\vec{u} = (2, 0, -2)$ 、 $\vec{v} = (0, 1, 2)$ 、 $\vec{w} = (-1, 1, 0)$ ，二實數 s, t ，則向量長度 $|\vec{u} + s\vec{v} + t\vec{w}|$ 的最小值為_____。

13. 冰果飲料店推出集字活動，凡購買任何一杯飲品，皆能獲得一張集字卡，只要收集「賓」、「果」兩字，即可免費兌換一杯綠茶。
已知集字卡上出現「賓」的機率為 $\frac{9}{10}$ 、出現「果」的機率為 $\frac{1}{10}$ ，則成功收集到「賓」、「果」兩字，所需要購買飲品杯數的期望值為_____。

14. 設集合 A 的元素是 $3^0, 3^1, 3^2, \dots$ 及 3 的不同乘幕之和。若將 A 的元素從小到大排成一數列 $\langle a_n \rangle$ ，依序為 $a_1 = 3^0 = 1$ 、 $a_2 = 3^1 = 3$ 、 $a_3 = 3^0 + 3^1 = 4$ 、 \dots ，則此數列第 117 項的值 $a_{117} =$ _____。

國立新竹女子高級中學 111 學年度第 1 學期第 2 次教師甄選 數學科 試題 P3

15. 空間中 6 個平面 $E_1: 2x+y+z=0$ 、 $E_2: 2x+y+z=4$ 、 $E_3: x+2y+z=0$ 、 $E_4: x+2y+z=4$ 、 $E_5: x+y+2z=0$ 、 $E_6: x+y+2z=4$ 所圍成的平行六面體體積為_____。

16. 設二階方陣 $T = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ，若 $A(a,b)$ 、 $B(c,d)$ 是坐標平面上異於原點 $O(0,0)$ 的兩點且 $T^2 \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$ ，則 $\cos(\angle AOB) =$ _____。

17. 若 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=5$ ， $\overline{AC}=6$ ， $\overline{BC}=7$ ，且 P 為三邊上或其內部的任一點，則點 P 到三頂點距平方和 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 有最小值時， $\overline{PA}^2 =$ _____。

18. 已知有寫著 1,2,3,4,5 的球各 2 顆，將其中隨機 5 顆放入 A 箱，其餘 5 顆放入 B 箱。定義：箱子內所有球的數字乘積的個位數稱為箱子點數。在 A 箱子點數為 0 的條件下，兩個箱子點數皆為 0 的機率為_____。

19. 設 $[x]$ 表示小於或等於 x 的最大整數。若實數 x 滿足 $x([x]-2023)=[x]^2 \neq 0$ ，則 $x =$ _____。

20. 令 O 為複數平面上的原點，點 A 、 B 分別代表複數 z_1 、 z_2 ，滿足 $|z_1|=2$ ， $|z_2|=3$ ， $|z_2-z_1|=\sqrt{5}$ 。設點 C 代表複數 $\frac{z_2}{z_1}$ ，則當 $z_2 =$ _____ 會使 $\angle BOC = \frac{\pi}{2}$ 。

國立新竹女子高級中學 111 學年度第 1 學期第 2 次教師甄選 數學科

參考答案

1.	5	6.	96	11.	(0,6,0)	16.	$-\frac{3}{5}$
2.	45	7.	$k > 2$	12.	2	17.	$\frac{73}{9}$
3.	$k \leq 3$	8.	$\frac{1}{3}$	13.	$\frac{91}{9}$	18.	$\frac{68}{95}$
4.	a, d, f	9.	$x < 0 \vee 2 < x < 3$	14.	1063	19.	$\frac{-1}{2024}$
5.	3	10.	$-\frac{9}{4} \leq \vec{OA} \cdot \vec{OB} < 18$	15.	16	20.	$\pm\sqrt{5} \pm 2i$