

桃園市立武陵高級中學 111 學年度第一學期第 1 次正式教師甄選

數學科初試試題卷 甄選證號：\_\_\_\_\_ (請自行填寫)

※ 應試說明：1. 請將答案填寫至答案卷。2. 試題卷請於交卷時繳回，禁止攜出試場。

一、填充題 A(每題 6%共 36%)

1.  $a > 1$ ，曲線  $y = \left| \frac{x^2}{2} - 1 \right|$ ，與圓  $x^2 + (y - a)^2 = r^2$  恰好交於 3 點，求  $a =$  \_\_\_\_\_

2.  $a, b, c, x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, x, y, z$  皆為實數，且

$$\left( \begin{vmatrix} a & b \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} b & c \\ y_1 & z_1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} c & a \\ z_1 & x_1 \end{vmatrix} \right) = (1, 2, 3) \quad , \quad \left( \begin{vmatrix} a & b \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} b & c \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} c & a \\ z_2 & x_2 \end{vmatrix} \right) = (4, 5, 6)$$

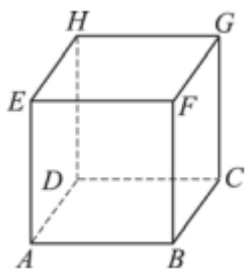
若  $x, y, z$  滿足  $ax + by + cz = 0$ ，求  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z$  之最小值 \_\_\_\_\_

3. 0~9 共 10 個數字，任取  $n$  個數字排列(可重複)，請問包含偶數個 9(含沒有 9)的排列有 \_\_\_\_\_ 種

4. 甲乙兩人比賽桌球，約定比賽進行到有一人比另一人多贏 2 局，或者打滿 6 局時比賽結束。設甲在每局中獲勝的機率均為  $\frac{3}{4}$ ，且各局勝負互不影響。則比賽結束時，已賽局數  $X$  的期望值  $E(X) =$  \_\_\_\_\_

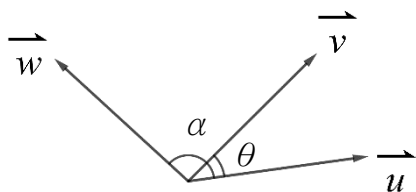
5.  $\omega^{503} = 1, \omega \neq 1$ , 求  $\frac{\omega^2}{\omega-1} + \frac{\omega^4}{\omega^2-1} + \frac{\omega^6}{\omega^3-1} + \dots + \frac{\omega^{1004}}{\omega^{502}-1} = \underline{\hspace{2cm}}$

6. 有一個大正立方體由 27 個單位正立方體堆疊組成，今有一平面垂直平分大正立方體之內部對角線  $\overline{AG}$ ，則該平面會與          個單位正立方體相交



二、填充題 B(每題 8%共 32 分)

7. 如圖， $\vec{u}$  與  $\vec{v}$  的夾角為  $\theta$ ， $\vec{u}$  與  $\vec{w}$  的夾角為  $\alpha$ ，且  $|\vec{u}| = |\vec{v}| = |\vec{w}|$ ，若  $\vec{w} = f(\theta, \alpha)\vec{u} + g(\theta, \alpha)\vec{v}$ ，  
試求  $f(\theta, \alpha) + g(\theta, \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$



8. 拋物線  $\Gamma_1: y = x^2 - 2x + 2$  與  $\Gamma_2: y = -x^2 + ax + b$ ，其中一個交點在兩拋物線所作的切線互相垂直，且  $a, b > 0$ 。求  $ab$  的最大值：        

9. 將方程式  $y^4 - 2xy^2 + 2x^2 - 4 = 0$  圖形所圍成的封閉區域繞  $x$  軸旋轉所得的旋轉體體積為

10. 已知正數  $a, b, c$  滿足  $5c - 3a \leq b \leq 4c - a$ ， $c \ln b \geq a + c \ln c$ ，求  $\frac{b}{a}$  的範圍：\_\_\_\_\_ (以區間記號表達)

桃園市立武陵高級中學 111 學年度第一學期第 1 次正式教師甄選

數學科填充題參考答案

填充題 1-6 題每題 6%，7-10 題每題 8%，共 68%

1. 4	2. $\frac{-83}{6}$	3. $\frac{8^n + 10^n}{2}$	4. $\frac{97}{32}$	5. 250
6. 19	7. $\frac{\sin(\theta - \alpha) + \sin \alpha}{\sin \theta}$ 或 $\frac{\cos(\alpha - \theta) + \cos \alpha}{1 + \cos \theta}$ (或其他等價答案)	8. $\frac{25}{16}$	9. $2\pi^2$	10. [e, 7]