國立新竹高級中學 110 學年度第 1 學期第 1 次教師甄選初試數學科試題

一、填答題：(50%，每題 5%，請在對應的題號欄中寫出答案即可。)

1. 將 12 個大小寫的英文字母 A,B,C,D,E,F,a,b,c,d,e,f 打亂，兩兩任意配成 6 對，求大小寫同義(如：Aa 為同義配對，AB、Ab 不是同義配對)至少 2 對的方法數。

2. 某農場中有一直排單向的西瓜田，田中目前只有五顆成熟但大小不同的西瓜。瑪莉奉命到西瓜田裡採一顆成熟且最大的西瓜，只能摘一次，而且錯過不能回頭。瑪莉的策略是：最先看到的兩顆成熟西瓜無論如何都不採，接下去只要看到比這兩顆更大的成熟西瓜，就直接採摘，不再猶豫。若按照瑪莉的策略，則她採摘到最大成熟西瓜的機率為何？

3. 設數列 $<a_n>$ 的前 n 項和 $S_n=2a_n-1$，$n\in N$，數列 $<b_n>$ 滿足 $b_1=3$，$b_{n+1}=a_n+b_n$，$n\in N$，求數列 $<b_n>$ 的前 n 項和的值。(以 n 表示)

4. 若 $0^\circ \le x^\circ < 360^\circ$ 且 $\sin 20^\circ=\sqrt{3}\cos 40^\circ+\sin x^\circ$，則 $x=$？

5. 空間中，已知 $\overrightarrow{OA}=(3,3,1)$、$\overrightarrow{OB}=(4,2,0)$、$\overrightarrow{OC}=(3,-6,-9)$，$H$ 為異於原點 O 的點。若 $\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$、$\overrightarrow{OC}$ 在 $\overrightarrow{OH}$ 方向上的正射影分別為 $\overrightarrow{OH}$、$2\overrightarrow{OH}$、$3\overrightarrow{OH}$，則 $\left|\overrightarrow{OH}\right|=$？

6. 已知 $A(-2,0)$，$B(-1,4)$，P 點在橢圓 Γ：$\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{32}=1$ 上，求 $\overline{PA}+\overline{PB}$ 的最小值。

7. 設 O 為 ΔABC 的外心，且 $\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$，求 $\sin\angle BAC$ 的值。

8. 已知某實係數方程式 $x^3+ax^2+bx+c=0$ 的三根和為 -2 且各根的絕對值皆為 1，求數組 $(a,b,c)=$？

9. 已知 z 為一複數，且滿足 $Arg(\dfrac{z+k}{z})=\dfrac{\pi}{6}$ 及 $Arg(\dfrac{z+2k}{z+k})=\dfrac{\pi}{4}$，其中 $k>0$，求 $\dfrac{k}{z}$ 的值。

10. 已知一數列 $\langle a_n\rangle$ 中，$a_1=1$，$a_2=\dfrac{1}{2}$，$a_{n+2}=\sqrt{a_n a_{n+1}}$，$n\in N$，求 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=$？

國立新竹高級中學 110 學年度第 1 學期

第 1 次教師甄選初試數學科試題參考答案：

一、填答題：

1. 1091	**2.** $\frac{13}{30}$	**3.** 2^n+2n-1	**4.** 260 或 280	**5.** $\frac{4}{\sqrt{14}}$
6. 7	**7.** $\frac{\sqrt{10}}{4}$	**8.** $(2,2,1)$	**9.** $\frac{\sqrt{3}-5}{8}+\frac{\sqrt{3}+1}{8}i$	**10.** $\frac{\sqrt[3]{2}}{2}$