

國立台灣師大附中 97 學年度 數學第二冊§2-5 小考 班級： 座號： 姓名：

※本張試卷中， $\triangle ABC$  中  $\angle A, \angle B, \angle C$  的對邊皆分別用  $a, b, c$  表示

一、單選題：(每題 6 分，共 12 分)

( ) 1. 在  $\triangle ABC$  中，已知  $\angle B = 60^\circ, \angle A = 75^\circ, c = 2$ ，試問  $b$  的長度為何？

(A)  $\sqrt{5}$  (B)  $\sqrt{6}$  (C)  $2\sqrt{2}$  (D) 3 (E)  $2\sqrt{3}$

( ) 2. 設  $O$  為銳角  $\triangle ABC$  的外接圓圓心，若點  $O$  到  $\overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AB}$  的距離依次為  $x, y, z$ ，則  $x:y:z =$

(A)  $\sin A : \sin B : \sin C$  (B)  $\cos A : \cos B : \cos C$  (C)  $\tan A : \tan B : \tan C$  (D)  $\cot A : \cot B : \cot C$  (E)  $\sec A : \sec B : \sec C$

二、多重選擇題(每題 6 分，答錯 1 選項得 4 分，答錯 2 選項得 2 分，答錯 3 選項以上不給分)

( ) 1. 在  $\triangle ABC$  中，若  $a:b:c = 3:5:7$ ，下列敘述何者正確？

(A)  $\sin A : \sin B : \sin C = 3:5:7$  (B)  $\cos A : \cos B : \cos C = \frac{1}{3} : \frac{1}{5} : \frac{1}{7}$  (C)  $\angle C = 120^\circ$  (D)  $\cos A = \frac{13}{14}$  (E)  $\sin B = \frac{5\sqrt{3}}{14}$

( ) 2.  $\triangle ABC$  中  $c =$

(A)  $a \cos B + b \cos A$  (B)  $a \sin B + b \sin A$  (C)  $a \sin B + b \cos A$  (D)  $\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos C}$  (E)  $a \frac{\sin C}{\sin A}$

( ) 3.  $\triangle ABC$  中， $\overline{CA} = 7, \overline{AB} = 8, \overline{BC} = 9, \triangle ABC$  的內切圓圓心為  $O$ ，半徑為  $r$ ，內切圓與  $\overline{AC}$  的切點為  $D; \triangle ABC$

的外接圓半徑為  $R$ 。下列敘述哪些正確？

(A)  $\triangle ABC$  的面積為  $12\sqrt{5}$  (B)  $R = \frac{21\sqrt{5}}{10}$  (C)  $r = \sqrt{5}$  (D)  $\overline{BD} = \sqrt{65}$  (E)  $\overline{OA} : \overline{OC} = 2:3$

三、填充題：(第 1 題每格 3 分，其餘每格 6 分，共 48 分)

1. 圓內接四邊形  $ABCD$  中， $\overline{AB} = \overline{BC} = 3, \overline{CD} = 5, \overline{DA} = 8$ ，試求

(1)  $\overline{BD} =$ \_\_\_\_\_ (2)  $\cos A =$ \_\_\_\_\_

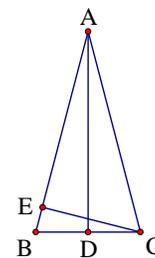
(3) 四邊形  $ABCD$  之面積 = \_\_\_\_\_ (平方單位) (4) 該圓之面積 = \_\_\_\_\_ (平方單位)

2. 若  $\triangle ABC$  的三邊分別為 4, 5, 7，試求出：

(1)  $\triangle ABC$  的面積 = \_\_\_\_\_ (2) 內切圓半徑 = \_\_\_\_\_

3.  $\triangle ABC$  中， $a \sin A = 2b \sin B = 3c \sin C$ ，若最大內角為  $\theta$ ，則  $\cos \theta =$ \_\_\_\_\_。

4. 如圖所示，等腰  $\triangle ABC$ ，如果底邊  $\overline{BC}$  上的高為腰  $\overline{AB}$  上高的 2 倍，則  $\cos B =$ \_\_\_\_\_



5.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 6, \overline{AC} = 7, D$  在  $\overline{BC}$  邊上，滿足  $\overline{BD} = 3, \overline{DC} = 5$ ，則  $\frac{\sin \angle BAD}{\sin \angle DAC} =$ \_\_\_\_\_

6. 平面上有定線段  $\overline{AB} = 4\sqrt{5}$ , 動點  $M, N$  滿足  $\overline{AM} = \overline{MN} = \overline{NB} = 4$ . 記  $\triangle AMB$  及  $\triangle MNB$  的面積分別為  $S, T$ ,  $S^2 + T^2$  最大值 = \_\_\_\_\_.

四、計算證明題：(第 1 題 6 分，其餘每題 8 分，共 22 分)

1. 求證：平行四邊形中兩對角線平方和等於四邊平方和(平行四邊形定理)。

2. (Menelaus).  $\triangle ABC$  中， $D$  是  $\overline{BC}$  上的點， $E$  是  $\overline{CA}$  上的點， $F$  是  $\overline{AB}$  上的點，且  $D, E, F$  三點共線，則  $\frac{\overline{AF}}{\overline{FB}} \cdot \frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} \cdot \frac{\overline{CE}}{\overline{EA}} = 1$ .

3. 在直角三角形  $ABC$  中， $\angle A = 90^\circ$ ,  $E, F$  在  $\overline{BC}$  上， $\overline{BE} = \overline{CF} = \frac{1}{4}\overline{BC}$ , 求證： $\overline{AE}^2 + \overline{AF}^2 = \frac{5}{8}\overline{BC}^2$ .