

一、單選題：(每題 6 分，共 12 分)

- () 1. 設 $a = \cos 340^\circ$, $b = \sin 157^\circ$, $c = \tan 225^\circ$, $d = \cot 220^\circ$, $e = \csc 503^\circ$, 則下列關於 a, b, c, d, e 的大小關係何者正確?
(A) $a < b < c < d < e$ (B) $b < a < c < d < e$ (C) $a < b < c < e < d$ (D) $b < a < c < e < d$
(E) $b < a < d < c < e$
- () 2. 請問 $\cos(2x + \frac{\pi}{2}) = \frac{x}{7}$ 有幾個實數解? (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

二、多重選擇題(每題 6 分，答錯 1 選項得 4 分，答錯 2 選項得 2 分，答錯 3 選項以上不給分)

- () 1. 已知 $\triangle ABC$ 的三邊長為 a, b, c , 試求下列哪一個選項的條件成立時, $\triangle ABC$ 必為鈍角三角形?
(A) $a^2 + b^2 < c^2$ (B) $\sin A = \sin B = \frac{1}{3}$ (C) $a : b : c = 5 : 6 : 7$ (D) $b = 4, c = 6, \angle B = 30^\circ$
(E) $\triangle ABC$ 的三高長度為 9, 12, 15。
- () 2. 已知 $\sin \theta = \frac{3}{5}$, $\cos \theta = -\frac{4}{5}$, 則下列選項何者正確?
(A) $\tan \theta = -\frac{3}{4}$ (B) $\tan \theta \cot \theta = 1$ (C) $\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$ (D) 若點 $P(16, 12)$, 則 P 點位於角 θ 的終邊上 (E) $\csc \frac{\theta}{2} > 0$ 。
- () 3. 下列哪些函數的最小正週期為 π ?
(A) $y = \sin x + \cos x$ (B) $y = 2|\sin x + \cos x|$ (C) $y = |\sin x|$ (D) $y = \sin 2x$ (E) $\frac{y}{2} = \cos x$

二、填充題：(每格 6 分，共 48 分)

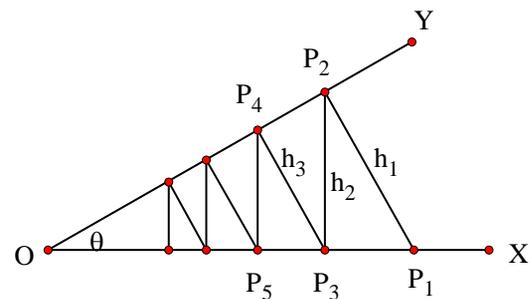
1. 求 $\sin 22\pi + \cos \frac{27}{4}\pi + \tan \frac{16}{3}\pi =$ _____。
2. 試求 $\sin^6 \theta + \sin^4 \theta + \cos^6 \theta + \cos^4 \theta + 5\sin^2 \theta \cos^2 \theta$ 的值為_____。
3. 已知 $\triangle ABC$ 周長為 15, 又三邊上的高 $h_a : h_b : h_c = 15 : 12 : 10$, 則 $\triangle ABC$ 的外接圓面積為_____, 內切圓面積為_____。
4. 設有甲乙兩山, 豪哥從平地 A 點爬一乙山, 想藉此求得甲山高度, 設 M, N 分別為甲、乙兩山山頂, 豪哥從 A 沿直線斜坡 \overline{AN} 爬上乙山, $\overline{AN} = 800$ 公尺, 設一開始測得 $\angle MAN = 15^\circ$, 又知 \overline{AN} 之傾斜角為 30° , 豪哥爬到乙山山頂 N 時, 又測得對 M 點仰角為 60° 且 $\angle ANM = 120^\circ$, 則甲山山高為_____公尺。
5. 海中一小島, 四周 S 哩內佈設水雷, 今有一艦於 A 處望該島在北 60° 西, 向西行駛 10 哩後至 B 處再望該島, 則在北 30° 西, 若此艦之航向不變, 佈雷半徑 S 最大未超過_____哩時, 該艦方無危險。
6. $\triangle ABC$ 中, $a^2 \sin^2 B + b^2 \sin^2 A = 2ab \cos A \cos B$, 則 $\triangle ABC$ 之形狀為_____。

7. 利用右邊的三角函數表，若 $\sin \theta = 0.2150$ ，且 $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ，
試問 $\cos \theta =$ _____。(求到小數點後第四位)

角度	sin	cos	tan
12°00'	0.2079	0.9781	0.2126
12°10'	0.2108	0.9775	0.2156
12°20'	0.2136	0.9769	0.2186
12°30'	0.2164	0.9763	0.2217
12°40'	0.2193	0.9757	0.2247
12°50'	0.2221	0.9750	0.2278
13°00'	0.2250	0.9744	0.2309

三、計算證明題：(第一題 6 分，其餘 8 分，共 22 分)

1. 如右圖， $\angle XOY = \theta$ ，在 \overline{OX} 上取一點 P_1 使得 $\overline{OP_1} = a$ ，過 P_1 作 \overline{OY} 垂線 $\overline{P_1P_2}$ ，
再過 P_2 作 \overline{OX} 垂線 $\overline{P_2P_3}$ ，以此類推，若 $\overline{P_1P_2} = h_1$ ， $\overline{P_2P_3} = h_2 \dots$ ，
試求 $h_1^2 + h_2^2 + h_3^2 + \dots$ 的值為何？



2. 若 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ，求證： $\sin \theta < \theta < \tan \theta$ (提示：作一中心角為 θ ，半徑為 1 的扇形，利用面積關係求證)

3. P 為正方形 $ABCD$ 內一點， $\overline{AP} = 7$ ， $\overline{DP} = 5$ ， $\overline{PC} = 1$ ，求正方形 $ABCD$ 面積為多少？