立即演練解答

1-1 乘法公式

例題 1

$125x^3+150x^2+60x+8$

例題 2

$27x^3+8$

1-2 因式分解

例題 1

$(2x-1)(3y-2)$

例題 2

$(x-2)^3$

例題 3

$(x^2-2x+3)(x^2+2x+3)$

例題 4

$(x+y+1)(x^2-xy+y^2-x-y+1)$

2-1 平方根式

例題 1

3

例題 2

$\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$

2-2 立方根式

例題 1

(1) $4\sqrt[3]{4}$　(2) $-5\sqrt[3]{3}$

例題 2

(1) $-\sqrt[3]{2}$　(2) $6(\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1)$

例題 3

(1) $-\dfrac{2\sqrt[3]{18}}{3}$　(2) $-(1+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4})$

3-1 方程式

例題 1

(1) $x=\frac{30}{11}$　(2) $x=-\frac{1}{2}$ 或 $x=-\frac{7}{4}$

例題 2

(1) $x=\frac{3\pm\sqrt{3}}{3}$　(2) $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $x=\frac{2+\sqrt{2}}{2}$

例題 3

$k=2$ 或 $k=5$；$k=2$ 時，$x=-3$；

$k=5$ 時，$x=-\frac{3}{2}$

例題 4

(1) $\frac{10}{3}$　(2) $\frac{434}{9}$

3-2 不等式

例題 1

(1) $-2<x<\frac{2}{3}$　(2) $x\le -2$ 或 $x\ge 3$

例題 2

$x\le\frac{-1-\sqrt{7}}{3}$ 或 $x\ge\frac{-1+\sqrt{7}}{3}$

例題 3

(1) x 是任意數　(2) x 無解

例題 4

(1) x 無解　(2) x 是任意數

4-1 等差數列

例題 1

110 萬元

4-2 等比數列

例題 1

第 6 項爲 -416，第 10 項爲 -6656

例題 2

第 7 項爲$-\frac{729}{8}$，第 8 項爲$\pm\frac{2187}{16}$

例題 3

1104081 元

例題 4

$-\frac{26936}{81}$

例題 5

162323 元

例題 6

(1) $\frac{1}{16}$　(2) $\frac{85\sqrt{3}}{256}$

5-1 三角形與四邊形

例題 1

在圖 9 中，$\angle BAC = 90^\circ$，$\overline{AH} \perp \overline{BC}$

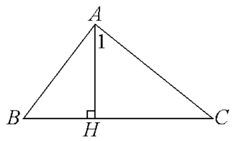


圖 9

$\therefore \angle 1 = 90^\circ - \angle C = \angle B$

$\Delta AHB \sim \Delta CHA$（AA）

$\overline{AH} : \overline{CH} = \overline{BH} : \overline{AH}$

得 $\overline{AH}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{CH}$

習題解答

1-1 乘法公式

1. $(30-0.5)^2=900-30+0.25=870.25$

2. $x^3-x^2+\frac{1}{3}x-\frac{1}{27}$

3.(1) x^3+8 (2) x^3+4x^2+8x+8

4. x^6-1

5.略

1-2 因式分解

1.(1) $(2x-1)(y+3)$

(2) $(x+\frac{1}{4})(x^2-\frac{1}{4}x+\frac{1}{16})$

(3) $(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})(x-2)(x+2)$

(4) $(x+1-\sqrt{5})(x+1+\sqrt{5})$

(5) $3(x-\frac{3+\sqrt{3}}{3})(x-\frac{3-\sqrt{3}}{3})$

(6) $(x^2+2)(x-2)$

(7) $(x+1)(x-2)(x-\frac{1+\sqrt{5}}{2})(x-\frac{1-\sqrt{5}}{2})$

(8) $(x+1)(x+2)(x^2-x+2)$

2.(1)略

(2)提示： $a^3+b^3+c^3-3abc$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

2-1 平方根式

1.(1) $21\sqrt{5}$ (2) $110\sqrt{6}$ (3) $\frac{5\sqrt{3}}{3}-\frac{3\sqrt{2}}{2}$

(4) $\sqrt{3}-2\sqrt{2}$ (5) $2+\sqrt{3}$ (6) $4-3\sqrt{6}$

(7) $2\sqrt{3}$ (8) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

2. $\frac{1}{x}-x$

2-2 立方根式

1.(1) $6\sqrt[3]{2}$　(2) $-4\sqrt[3]{5}$　(3) $-\frac{3\sqrt[3]{2}}{2}$

(4) $\sqrt[3]{2}$　(5) $\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}$　(6) $\frac{2-\sqrt[3]{4}}{2}$

2.6

3-1 方程式

1.(1) $x=-3$　(2) $x=1$ 或 $x=4$

(3) $x=-1$ 或 $x=-\frac{11}{3}$　(4) $x=\frac{4}{3}$ 或 $x=18$

(5) $x=\frac{1\pm\sqrt{11}}{2}$　(6) $x=2$，3，6

2. $k=3$ 或 $k=-1$

3. $k=1$ 或 $k=-\frac{1}{7}$

4.(1) $\frac{33}{4}$　(2) $-\frac{135}{8}$　(3) $\frac{1}{2}$　(4) $\pm\frac{\sqrt{57}}{2}$

3-2 不等式

1.(1) $x\le 2$　(2) $-\frac{1}{2}<x<\frac{2}{3}$　(3) $x=\frac{1}{2}$

(4) x 是任意數　(5) $x<1-\sqrt{6}$ 或 $x>1+\sqrt{6}$

(6) x 無解

2. $k<-9$ 或 $k>-1$

3. $-1<x<2$

4-1 等差數例

1.4

2. -78

3. $\frac{1}{7}$

4.525

5. -1075

4-2 等比數例

1. $\frac{3}{16}$

2. -16

3. -341

4. 5

5. (1) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$　(2) $\frac{47-21\sqrt{5}}{2}$

5-1 三角形與四邊形

1.在圖 14 中，$\angle A=\angle D$，$\angle B=\angle E$，$\overline{BC}=\overline{EF}$

故 $\angle C=180^\circ-\angle A-\angle B$

$=180^\circ-\angle D-\angle E=\angle F$

得 $\Delta ABC\cong\Delta DEF$（ASA）

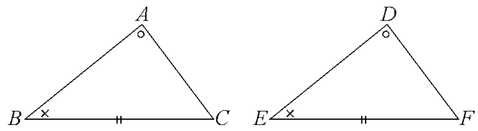


圖 14

2.在圖 15 中

$\angle C=\angle F=90^\circ$，$\overline{AB}=\overline{DE}$，$\overline{BC}=\overline{EF}$

故 $\overline{AC}^2=\overline{AB}^2-\overline{BC}^2=\overline{DE}^2-\overline{EF}^2=\overline{DF}^2$

$\therefore\overline{AC}=\overline{DF}$

得到 $\Delta ABC\cong\Delta DEF$（SSS）

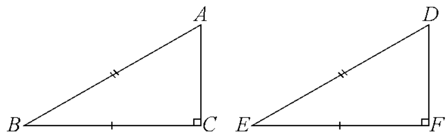


圖 15

3.在圖 16 中，$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$

$\overline{PA}=\overline{PB}$，故 $\Delta PAO\cong\Delta PBO$

得到 $\angle 1=\angle 2$

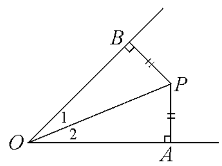


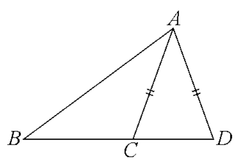
圖 16

4.在圖 17 中，$\overline{AC}=\overline{AD}$

ΔABC 與 ΔABD 中，$\overline{AB}=\overline{AB}$，$\overline{AC}=\overline{AD}$，

$\angle ABC=\angle ABD$

但 ΔABC 與 ΔABD 不全等



5.在圖 18 中，周圍 4 個全等三角形，中間是

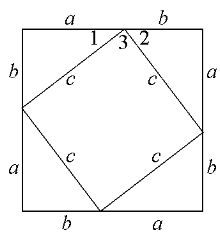


圖 18

正方形

(1) $\angle 2=\angle 4$，故

$$\angle 1+\angle 2+\angle 3=(\angle 1+\angle 4)+\angle 3$$
$$=90^\circ+90^\circ$$
$$=180^\circ$$

(2) $(a+b)^2=4\cdot\frac{1}{2}ab+c^2$

$$a^2+2ab+b^2=2ab+c^2$$
$$c^2=a^2+b^2$$

6.在圖 19 中，$\overline{AD}//\overline{BC}$ 且 $\overline{AD}=\overline{BC}$

故 $\angle 1=\angle 2$，$\Delta ADC\cong\Delta CBA$（SAS）

得到 $\angle 3=\angle 4$

$\therefore\overline{AB}//\overline{DC}$，故 $ABCD$ 爲平行四邊形

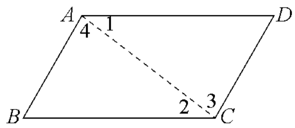


圖 19

7.在圖 20 中，$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$

由 $\overline{AB}=\overline{BC}$，知 B 在 $\overline{AC}$ 的中垂線上

又由 $\overline{CD}=\overline{DA}$，知 D 在 $\overline{AC}$ 的中垂線上

故 $\overline{DB}$ 垂直平分 $\overline{AC}$

同理，$\overline{AC}$ 垂直平分 $\overline{DB}$

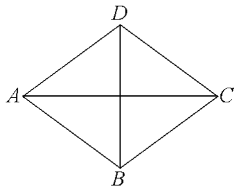


圖 20

8.(1)在圖 21 中，$ABCD$ 是矩形

ΔABC 與 ΔDCB 中，$\overline{AB}=\overline{DC}$

$\angle ABC=90^\circ=\angle DCB$

故 $\Delta ABC\cong\Delta DCB$（SAS）

得到 $\overline{AC}=\overline{DB}$

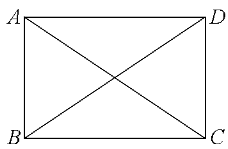


圖 21

(2)任意兩條相交的等長線段，以其端點爲頂點作成四邊形，未必是平行四邊行，如圖 22

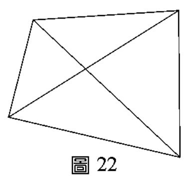


圖 22

9.在圖 23 中，$\angle BAT=\angle CAT$ ，過 A 作 $\overline{BC}$ 垂線交於 H ，過 T 作 $\overline{AB}$ 垂線交於 P ，過 T 作 $\overline{AC}$ 垂線交於 Q ，則 $\overline{TP}=\overline{TQ}$ ，所以

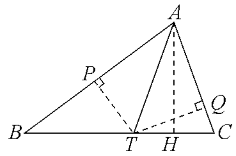


圖 23

$$\Delta ABT：\Delta ACT=\frac{1}{2}\overline{AB}\cdot\overline{TP}：\frac{1}{2}\overline{AC}\cdot\overline{TQ}$$

$$=\overline{AB}:\overline{AC}$$

另一方面

$$\Delta ABT：\Delta ACT=\frac{1}{2}\overline{BT}\cdot\overline{AH}：\frac{1}{2}\overline{TC}\cdot\overline{AH}$$

$$=\overline{BT}：\overline{TC}$$

10.在圖 24 中，$\overline{BD}：\overline{DC}=3：2$ ，$\overline{AE}=\overline{EC}$

過 E 作 $\overline{AD}$ 平行線交於 $\overline{BC}$ 於 F

則 $\overline{DF}=\overline{FC}$ ，故

$$\overline{BP}：\overline{PE}=\overline{BD}：\overline{DF}=\overline{BD}：\frac{1}{2}\overline{DC}=3：1$$

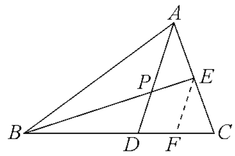


圖 24

5-2 圓（解題重點）

1.在圖 25 中，A ，B 是切點，$\overline{OA}=\overline{OB}$

$\Delta PAO\cong\Delta PBO$（斜股性質）

故 $\overline{PA}=\overline{PB}$

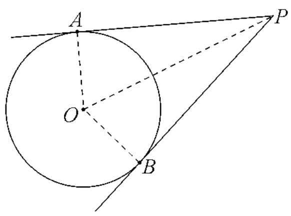


圖 25

2.在圖 26 中，$ABCE$ ，$FBCA$ 都是平行四邊形

且 $\overline{AH}\perp\overline{BC}$ ，故 $\overline{AH}\perp\overline{FE}$

且 $\overline{FA}=\overline{BC}=\overline{AE}$ ，得知 $\overline{AH}$ 是 $\overline{FE}$ 的中垂線

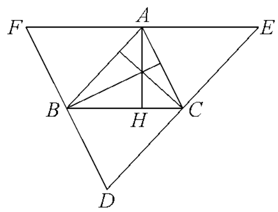


圖 26

3. $2\sqrt{r^2-d^2}$

4.在圖 27 中，

$\angle P=\angle 2-\angle 1$

$=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}-\frac{1}{2}\overset{\frown}{BD}$

$=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC}-\overset{\frown}{BD})$

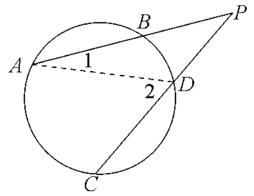


圖 27

5.在圖 28 中，$\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$

故 $\angle 1=\angle 2$，$\overset{\frown}{DC}=\overset{\frown}{AB}$

$\angle ABC=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{DC})=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{AB})$

$=\angle DCB$

又 $\angle 2=\angle 3$，故 $\Delta ABC\cong\Delta DCB$（ASA）

得到 $\overline{AB}=\overline{DC}$

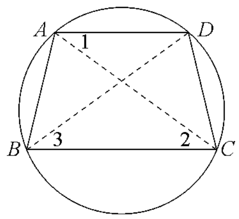


圖 28

6.在圖 29 中，圓心 O_1 到 A，B 等距離，故 O_1 在 $\overline{AB}$ 的中垂線上。同理，O_2 也在 $\overline{AB}$ 的中垂線上，故 $\overline{O_1O_2}$ 垂直平分 $\overline{AB}$

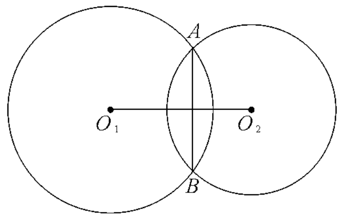


圖 29

7.在圖 30 中，ΔABC 的三高 $\overline{AD}$，$\overline{BE}$，$\overline{CF}$ 交於一 H（垂心）

由 $\angle BFC=90^\circ=\angle BEC$

知 B，F，E，C 四點共圓

故 $\angle 1=\angle 2$

又由 $\angle BFH=90^\circ=\angle BDH$

知 B，F，H，D 四點共圓

故 $\angle 3=\angle 1$

再由 $\angle HDC=90^\circ=\angle HEC$

知 H，D，C，E 四點共圓

得 $\angle 2=\angle 4$

所以 $\angle 3=\angle 1=\angle 2=\angle 4$

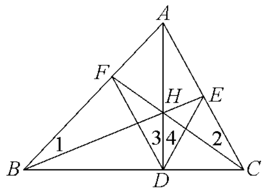


圖 30