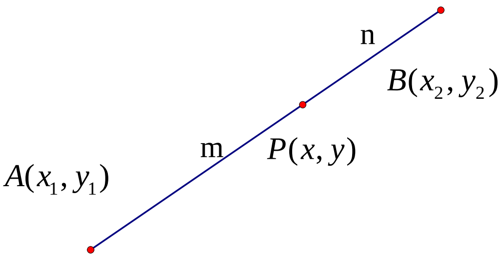
分點公式



$$x=\frac{nx_1+mx_2}{m+n}, y=\frac{ny_1+my_2}{m+n}$$

等差公式

若$\langle a_n \rangle$成等差，則：

(1) $a_n = a+(n-1)d = a_m+(n-m)d$

(2) $S_n = \frac{n[2a+(n-1)d]}{2} = \frac{n(a+a_n)}{2} = n\cdot$ 中間項 $= \frac{n[2a_n+(n-1)(-d)]}{2}$

等比公式

若$\langle a_n \rangle$為等比數列，a 表首項，r 表公比，則

(1) $a_n = ar^{n-1} = a_m r^{n-m}$

(2) $S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1} (r\neq 1)$ (若 $r=1, S_n = na$)

自然級數公式

(1) $\sum_{k=1}^{n} k = 1+2+3+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$

(2) $\sum_{k=1}^{n} k^2 = 1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(3) $\sum_{k=1}^{n} k^3 = 1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

(4) $\sum_{k=1}^{n} k(k+1) = 1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot 4+\cdots+n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

(5) $\sum_{k=1}^{n} k(k+1)(k+2) = 1\cdot 2\cdot 3+2\cdot 3\cdot 4+3\cdot 4\cdot 5+\cdots+n(n+1)(n+2)$

$$= \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

無窮等比公式

若 $|r|<1.$ 則 $a+ar+ar^2+\cdots+ar^{n-1}+\cdots=\dfrac{a}{1-r}$

循環小數公式

$a.bc\overline{def}=\dfrac{abcdef-abc}{99900}$

跑路公式

(1) $\log_a r^s = s\log_a r$

(2) $\log_{a^m} b^n = \dfrac{n}{m}\log_a b$

換底公式

若 $a>0, a\neq 1, r>0, b>0, b\neq 1,$ 則 $\log_a r = \dfrac{\log_b r}{\log_b a}$

對消公式與翹翹板公式

(1) $\log_a a^r = r$ (2) $a^{\log_a r}=r$ (3) $a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$

平均數

①算術平均數：$\bar{x}=\mu=\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}=A+\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-A)}{n}$（平移）

②幾何平均數：一組正數的資料 $x_1,x_2,\ldots,x_n$，其幾何平均數是定義為 $\sqrt[n]{x_1x_2\cdots x_n}$

以分組的平均數

(1) 算術平均數：$\bar{x}=\mu=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}f_ix_i}{\sum_{i=1}^{n}f_i}$（$f_i$ 表第 i 組的次數，x_i 表第 i 組的組中點）

$$=A+\frac{\sum_{i=1}^{n}f_i(x_i-A)}{\sum_{i=1}^{n}f_i}.$$

(2) 中位數：王字比例圖

離差

(1) 全距的定義：

①未分組：最大數－最小數

②已分組：最大組上限－最小組下限

(2) $Q.D. = Q_3 - Q_1$

離均差，變異數，標準差

(1) 平均絕對離差：一組資料 $x_1, x_2, \ldots, x_n$ 的平均絕對離差是資料 (x_i) 與平均數 $(\overline{x})$ 差距絕對值的平均，及 $\dfrac{\sum_{i=1}^{n}|x_i - \overline{x}|}{n}$.

(2) ①母體變異數 (σ^2): $\sigma^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}{n}$.

②母體標準差 (σ): $\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}{n}}$.(其中 $\mu = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ 為母體平均數)

(3) ①樣本變異數 (S^2): 設有一組抽樣資料 $x_1, x_2, \ldots, x_n$，則其變異數(或稱樣本變異數)簡寫成 S^2，定義為 $S^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n-1} = \dfrac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2\right)$.

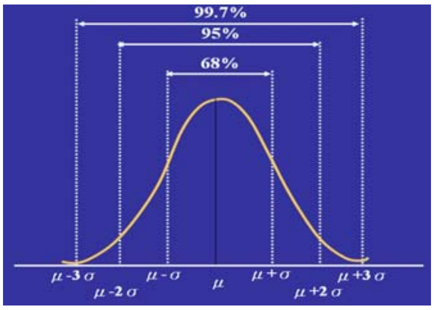
②樣本標準差 (S): 標準差(或稱為樣本標準差)簡寫成 S，定義為

$S = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n-1}}$.

(4) 離差平方和 (S_{xx}): $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2}{n-1}} \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = (n-1)S^2 + n\overline{x}^2$$

常態分布



常態分布，理論上成鐘型比例，(如圖)

(1) $P(|X-\mu|<\sigma)=68\%$(1個標準差內的比例)。

(2) $P(|X-\mu|<2\sigma)=95\%$(2個標準差內的比例)。

(3) $P(|X-\mu|<3\sigma)=99.7\%$(3個標準差內的比例)。

二項分配

對於一個二項試驗，若每次試驗成功的機率為 p, 失敗的機率為 $1-p$, 試驗的次數為 n 次，則

①成功次數的期望值為 $\mu=np.$

②成功次數的標準查為 $\sigma=\sqrt{np(1-p)}.$

信賴區間

$(\hat{p}-\hat{\sigma},\hat{p}+\hat{\sigma})$ 為 p 值 68%的信賴區間。

$(\hat{p}-2\hat{\sigma},\hat{p}+2\hat{\sigma})$ 為 p 值 95%的信賴區間。

$(\hat{p}-3\hat{\sigma},\hat{p}+3\hat{\sigma})$ 為 p 值 99.7%的信賴區間。

其中 $\hat{\sigma}=\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$

相關係數

$$r=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{(n-1)S_xS_y}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2\right)}\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n}y_i^2-n\bar{y}^2\right)}}$$

迴歸線

對兩組並列數據 $(x_i,y_i), i=1,2,\ldots,n.$ 且 $\bar{x}=\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}, \bar{y}=\dfrac{y_1+y_2+\cdots+y_n}{n}.$

則 y 對 x 的迴歸線為

$$y = ax + b,\ \text{其中}\ a = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}, b = \overline{y} - a\overline{x}.$$