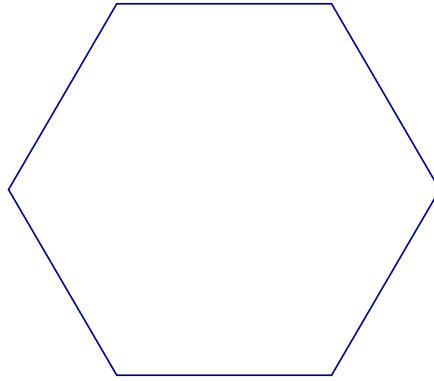


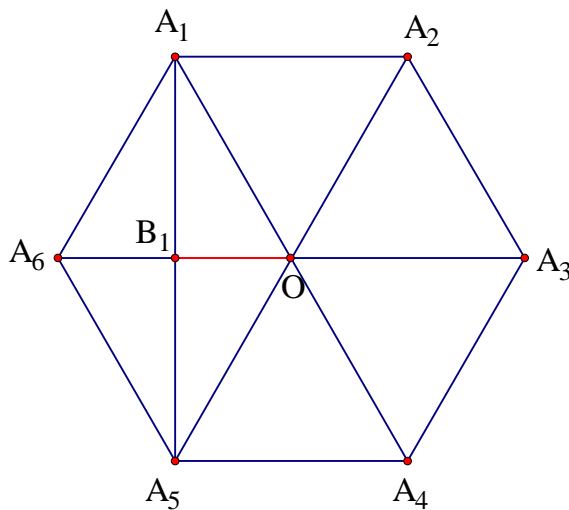
底下是邊長為 1 的正六邊形，請利用直尺(無刻度直尺，不可用圓規)作圖，作出長度為  $\frac{1}{n}$  的線段  $\forall n \in \mathbb{N}$ .

Hint: 先作出  $\frac{1}{3}$  的線段，其餘同理。



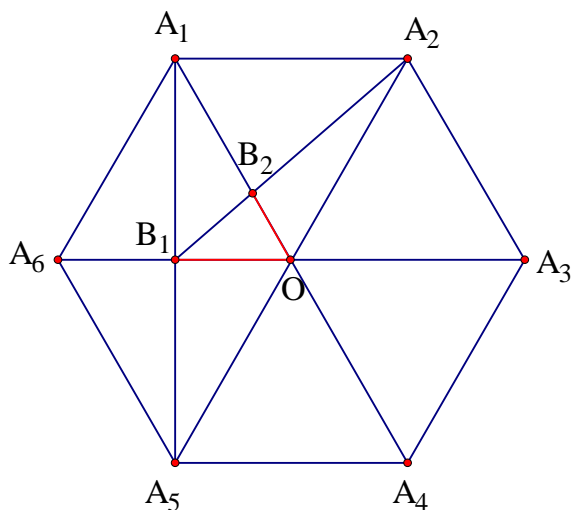
解：首先  $\frac{1}{2}$  長的線段很容易作到，如下圖，利用正六邊形的三條對角線，可分成

6 個正三角形，再連  $\overline{A_1A_5} \Rightarrow \overline{OB_1} = \frac{1}{2}$

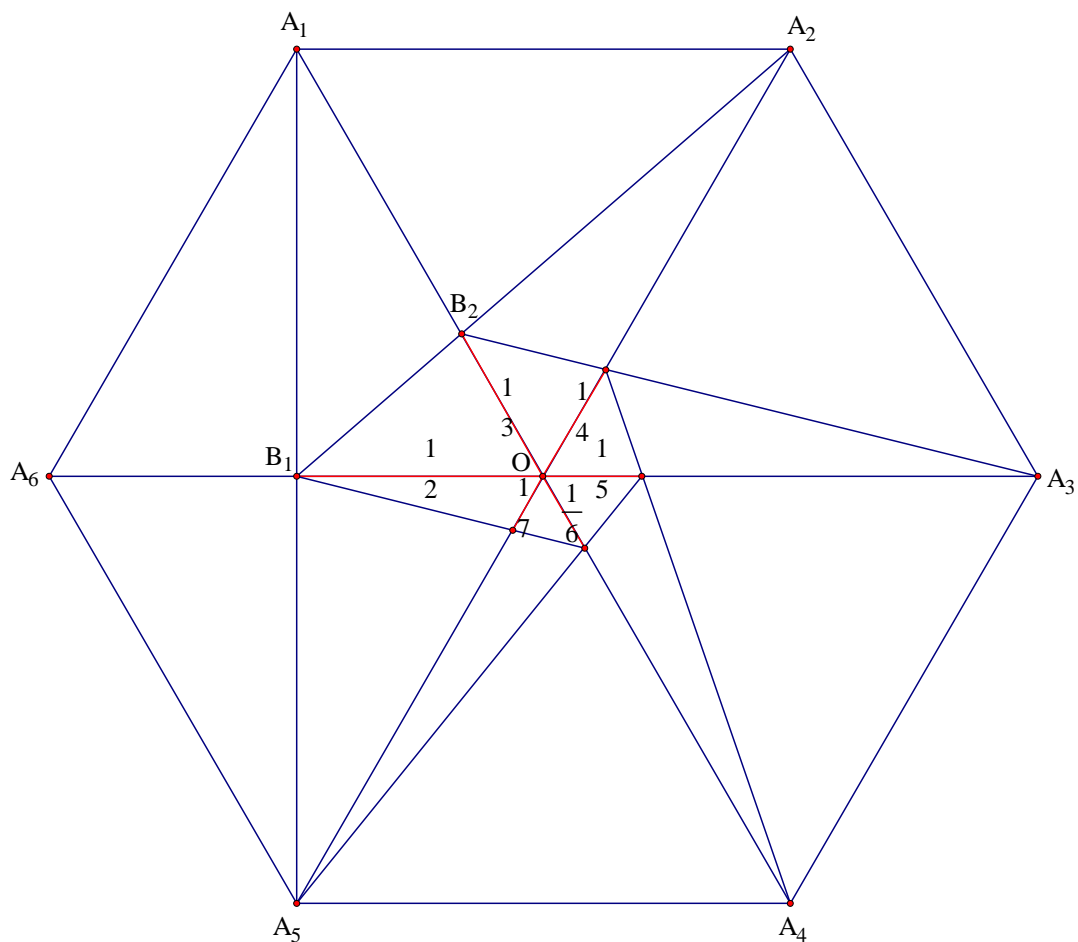


我們已經有兩條的線段比為 1:2，如果我們能利用相似三角形，將 1:2 的線段比，擴展為兩三角形的邊常比為  $1:(1+2)=1:3$ ，且找到其中一邊的長度為 1，那麼我們就找到  $\frac{1}{3}$  的線段。因此由圖型觀察，我們只要連  $\overline{A_2B_1}$  即可，

$$\because \overline{OA_1} \parallel \overline{A_2A_3} \Rightarrow \overline{OB_2} : \overline{A_3A_2} = \overline{OB_1} : \overline{A_3B_1} \Rightarrow \overline{OB_2} : 1 = 1 : 3 \therefore \overline{OB_2} = \frac{1}{3}$$



依此方法做下去我們可以畫出任意  $\frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}$  的線段，如下所示



因此同樣的想法，我們可以利用數學歸納法去證明，我們能做出任一  $\frac{1}{n}$  長的線段