

台北市立建國高級中學 96 學年度第二學期高一數學第二次定期考查

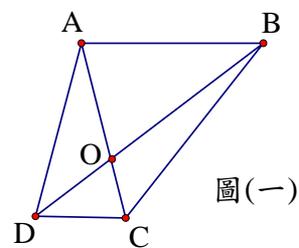
一、單一選擇題(每題 5 分)

- 設  $a = \cos 340^\circ, b = \sin 157^\circ, c = \tan 225^\circ, d = \cot 220^\circ, e = \csc 503^\circ$ , 則下列關於  $a, b, c, d, e$  的大小關係何者正確?  
 (A)  $a < b < c < d < e$  (B)  $b < a < c < d < e$  (C)  $a < b < c < e < d$  (D)  $b < a < c < e < d$  (E)  $b < a < d < c < e$
- 設  $O$  為銳角  $\triangle ABC$  的外接圓圓心, 若點  $O$  到  $\overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AB}$  的距離依次為  $x, y, z$ , 則  $x : y : z =$  (A)  $\sin A : \sin B : \sin C$   
 (B)  $\cos A : \cos B : \cos C$  (C)  $\tan A : \tan B : \tan C$  (D)  $\cot A : \cot B : \cot C$  (E)  $\sec A : \sec B : \sec C$
- 某人由塔頂  $A$  測得地面上一點  $B$  在  $A$  的西方, 俯角為  $\theta$ ; 地面上一點  $C$  在  $A$  的西南方。若  $\overline{BC} = r$ , 塔基(底)  $D$ , 且  $\angle BCD = 90^\circ$ , 則塔頂  $A$  距地面的高度  $\overline{AD}$  為 (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2} r \cot \theta$  (B)  $\sqrt{2} r \cot \theta$  (C)  $\sqrt{2} r \tan \theta$  (D)  $\frac{\sqrt{2}}{2} r \tan \theta$   
 (E)  $\frac{\sqrt{2}}{2} r \csc \theta$

二、多重選擇題(每題全對得 5 分, 錯一個選項得 3 分; 沒寫、錯兩個或錯兩個以上選項不給分)

- $\triangle ABC$  中,  $A, B, C$  的對邊分別為  $a, b, c$ , 則  $c =$  (A)  $a \cos B + b \cos A$  (B)  $a \cos C + c \cos A$  (C)  $b \cos C + c \cos B$   
 (D)  $\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos C}$  (E)  $a \frac{\sin C}{\sin A}$

- 如圖(一), 有一四邊形,  $\overline{AC}$  和  $\overline{BD}$  交於  $O$  點, 若  $\angle ACD = \angle CAB$  且  $\overline{AD} = \overline{AC} = \overline{AB} = \sqrt{2}, \overline{BC} = \sqrt{3}$ , 下列敘述哪些正確?



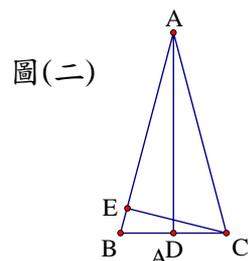
圖(一)

- (A)  $\overline{AO} \times \overline{DO} = \overline{BO} \times \overline{CO}$  (B)  $A$  為  $\triangle BCD$  的外接圓圓心 (C)  $\cos \angle ACD = \frac{1}{4}$   
 (D)  $\sin \angle BDC = \frac{\sqrt{6}}{3}$  (E)  $\overline{BD} = 2\sqrt{2} \sin \angle ABC$

- $\triangle ABC$  中,  $\overline{CA} = 7, \overline{AB} = 8, \overline{BC} = 9, \triangle ABC$  的內切圓圓心為  $O$ , 半徑為  $r$ , 內切圓與  $\overline{AC}$  的切點為  $D$ ;  $\triangle ABC$  的外接圓半徑為  $R$ . 下列敘述哪些正確? (A)  $\triangle ABC$  的面積為  $12\sqrt{5}$  (B)  $R = \frac{21\sqrt{5}}{10}$  (C)  $r = \sqrt{5}$  (D)  $\overline{BD} = \sqrt{65}$   
 (E)  $\overline{OA} : \overline{OC} = 2 : 3$

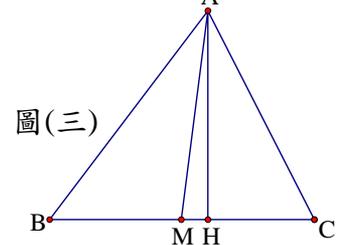
三、填充題(每格 5 分)

- 試求  $\sin^6 \theta + \sin^4 \theta + \cos^6 \theta + \cos^4 \theta + 5 \sin^2 \theta \cos^2 \theta$  之值為\_\_\_\_\_
- 如圖(二)所示, 等腰  $\triangle ABC$ , 如果底邊  $\overline{BC}$  上的高為腰  $\overline{AB}$  上高的 2 倍, 則  $\cos B =$  \_\_\_\_\_



圖(二)

- 如圖(三)所示,  $\triangle ABC$  中, 若  $\cos B = \frac{3}{5}, \cos C = \frac{1}{\sqrt{5}}, \overline{BC}$  邊上之高  $\overline{AH}$ , 中線  $\overline{AM}$ , 若  $\overline{MH} = 1$ , 求  $\overline{AM} =$  \_\_\_\_\_



圖(三)

- $\triangle ABC$  中,  $\overline{AB} = 6, \overline{AC} = 7, D$  在  $\overline{BC}$  邊上, 滿足  $\overline{BD} = 3, \overline{DC} = 5$ , 則  $\frac{\sin \angle BAD}{\sin \angle DAC} =$  \_\_\_\_\_
- 設點  $P(x, y)$  表示有向角  $\theta$  終邊之一點, 若  $y = -4$  且  $\cos \theta = -\frac{4}{5}$ , 則  $\frac{3x - y}{x + y} =$  \_\_\_\_\_
- 設  $\cos 100^\circ = k$ , 試以  $k$  表  $\sin 280^\circ =$  \_\_\_\_\_

7. 設  $x$  的方程式  $x^2 - (\tan \theta + \cot \theta)x + 1 = 0$  有一根為  $2 + \sqrt{5}$ , 則  $\sin \theta \cos \theta =$  \_\_\_\_\_

8.  $\triangle ABC$  中,  $A, B, C$  的對邊分別為  $a, b, c$ , 其中  $c = \sqrt{10}$ , 而  $a, b$  為方程式  $x^2 - 2\sqrt{3}x + 2 = 0$  的兩根, 求  $\angle C =$  \_\_\_\_\_

9. 若  $\triangle ABC$  中,  $\overline{AC} = 3, \overline{BC} = 5, \angle ACB = 120^\circ$ , 且  $D, E$  是  $\overline{AB}$  上兩點, 滿足  $\overline{BD} = \overline{BC}, \overline{AE} = \overline{AC}$ , 試求  $\triangle CDE$  的面積  
= \_\_\_\_\_

10.

角度	sin	cos	tan
$12^\circ 00'$	0.2079	0.9781	0.2126
$12^\circ 10'$	0.2108	0.9775	0.2156
$12^\circ 20'$	0.2136	0.9769	0.2186
$12^\circ 30'$	0.2164	0.9763	0.2217
$12^\circ 40'$	0.2193	0.9757	0.2247
$12^\circ 50'$	0.2221	0.9750	0.2278
$13^\circ 00'$	0.2250	0.9744	0.2309

(利用上面之三角函數值表)若  $\sin \theta = 0.2150$ , 且  $90^\circ < \theta < 180^\circ$ , 試問  $\cos \theta =$  \_\_\_\_\_ (計算至小數點後第四位)

11.  $\triangle ABC$  中,  $\angle B = 30^\circ, \overline{AB} = 4, \overline{AC} = k$ , 依此條件下可求出唯一的  $\triangle ABC$ , 試問  $k$  的範圍為 \_\_\_\_\_

12.  $\triangle ABC$  中,  $\overline{AB} = 5, \overline{BC} = 3, \overline{CA} = 4$ , 在線段  $\overline{AB}$  上取一點  $P$ , 在線段  $\overline{AC}$  上取一點  $Q$ , 使得線段  $\overline{PQ}$  將  $\triangle ABC$  的面積平分, 求線段  $\overline{PQ}$  之最小值為 \_\_\_\_\_

13. 將單位圓的圓周上依序標出 360 個點  $P_1, P_2, \dots, P_{359}, P_{360}$  將此單位圓分作 360 等份, 試問:  $\sum_{i=1}^{360} \overline{P_{180}P_i}^2 =$  \_\_\_\_\_

14. 設一颱風中心為  $O$ , 中午 12 時被測出在  $A$  地西  $60^\circ$  南, 距  $A$  地  $50\sqrt{3}$  公里的海面上, 以每小時 10 公里的速度朝東  $30^\circ$  北的方向行進, 其暴風半徑為 50 公里。假定這颱風半徑及行進方向與速度均不變, 試問下午 \_\_\_\_\_ 時  $A$  地會進入暴風圈。