

# “正一”數學統整課程

## 97 第一次國民中學學生基本學力測驗

### 數學科

1. 下列哪一個式子計算出來的值最大？

- (A)  $8.53 \times 10^9 - 2.17 \times 10^8$  (B)  $8.53 \times 10^{10} - 2.17 \times 10^9$  (C)  $9.53 \times 10^9 - 2.17 \times 10^8$   
(D)  $9.53 \times 10^{10} - 2.17 \times 10^9$

答案：(D)

解：(A)原式 =  $10^9(8.53 - 0.217) = 8.213 \cdot 10^9$

(B)原式 =  $10^{10}(8.53 - 0.217) = 8.213 \cdot 10^{10}$

(C)原式 =  $10^9(9.53 - 0.217) = 9.213 \cdot 10^9$

(D)原式 =  $10^{10}(9.53 - 0.217) = 9.213 \cdot 10^{10}$

$\therefore 9.213 \cdot 10^{10} > 8.213 \cdot 10^{10} > 9.213 \cdot 10^9 > 8.213 \cdot 10^9$  故選(D)

2. 若  $a:b=3:2, b:c=5:4$ , 則  $a:b:c=?$

- (A) 3:2:4 (B) 6:5:4 (C) 15:10:8 (D) 15:10:12

答案：(C)

解：  $a:b=3:2=15:10$

$b:c=5:4=10:8$

$\therefore a:b:c=15:10:8$  故選(C)

3. 在五邊形  $ABCDE$  中，若  $\angle A=100^\circ$ ，且其餘四個內角度數相等，則  $\angle C=?$

- (A)  $65^\circ$  (B)  $100^\circ$  (C)  $108^\circ$  (D)  $110^\circ$

答案：(D)

解：  $\angle A + 4\angle C = 180^\circ(5-3)$

$100^\circ + 4\angle C = 540^\circ$

$4\angle C = 440^\circ$

$\therefore \angle C = 110^\circ$

4. 圖(一)表示數線上四個點的位置關係，且他們表示的數分別為  $p, q, r, s$ 。若

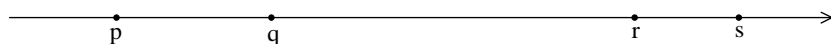
$$|p-r|=10, |p-s|=12, |q-s|=9, \text{ 則 } |q-r|=?$$

(A) 7

(B) 9

(C) 11

(D) 13



圖(一)

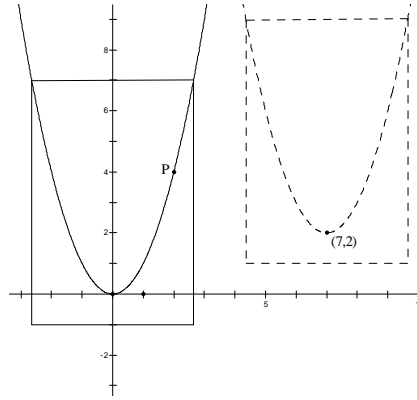
答案：(A)

解：  $|s-r| = |p-s| - |p-r| = 12 - 10 = 2$

$$|q-r| = |q-s| - |s-r| = 9 - 2 = 7$$

## “正一” 數學統整課程

5. 如圖(二)，坐標平面上有一透明片，透明片上有一拋物線及一點  $P$ ，且拋物線為二次函數  $y = x^2$  的圖形， $P$  的坐標為  $(2, 4)$ 。若將此透明片向右、向上移動後，得拋物線的頂點坐標為  $(7, 2)$ ，則此時  $P$  的坐標為何？



圖(二)

- (A)  $(9, 4)$   
 (B)  $(9, 6)$   
 (C)  $(10, 4)$   
 (D)  $(10, 6)$

答案：(B)

解：頂點往右 7 單位，往上 2 單位

因此  $P$  移動後的坐標為  $(2+7, 4+2)$ ，亦即  $(9, 6)$  故選(B)

6. 二年級學生共有 540 人，某次露營有 81 人沒有參加，則沒參加露營人數和全部二年級學生人數的比值為何？

- (A)  $\frac{3}{20}$  (B)  $\frac{20}{17}$  (C)  $\frac{17}{20}$  (D)  $\frac{3}{17}$

答案：(A)

解：所求  $= \frac{81}{540} = \frac{3}{20}$

7. 有兩個多項式  $M = 2x^2 + 3x + 1$ ,  $N = 4x^2 - 4x - 3$ ，則下列哪一個為  $M$  與  $N$  的公因式？

- (A)  $x+1$  (B)  $x-1$  (C)  $2x+1$  (D)  $2x-1$

答案：(C)

解：將兩個二次多項式做十字交乘可得，

$$M = (2x+1)(x+1), N = (2x+1)(2x-3)$$

$\therefore M, N$  的公因式有  $2x+1$  故選(C)

$$\begin{array}{cc} 2 & 1 & 2 & 1 \\ \times & & \times & \\ \hline 1 & 1 & 2 & -3 \end{array}$$

8. 若二元一次聯立方程式  $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x - 4y = 3 \end{cases}$  的解為  $x = a, y = b$ ，則  $a + b = ?$

- (A) 1 (B) 6 (C)  $\frac{3}{5}$  (D)  $\frac{12}{5}$

答案：(D)

$$\text{解：} \begin{cases} 2x - y = 3 \cdots (1) \\ 3x - 4y = 3 \cdots (2) \end{cases}$$

$$4(1) - (2):$$

$$\Rightarrow 5x = 9$$

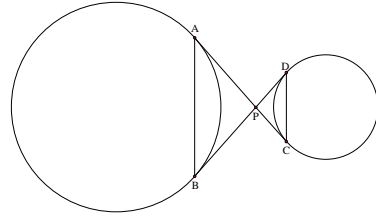
$$\therefore x = \frac{9}{5} \text{ 代回(1)得 } \frac{18}{5} - y = 3$$

## “正一” 數學統整課程

$$\therefore y = \frac{18}{5} - 3 = \frac{3}{5}$$

$$\text{因此 } a = \frac{9}{5}, b = \frac{3}{5}, a + b = \frac{12}{5}$$

9. 如圖(三)， $\overline{AB}, \overline{CD}$  分別為兩圓的弦， $\overline{AC}, \overline{BD}$  為兩圓的公切線且相交於  $P$  點。若  $\overline{PC} = 2, \overline{CD} = 3, \overline{DB} = 6$ ，則  $\triangle PAB$  的周長為何？



圖(三)

- (A)6  
(B)9  
(C)12  
(D)14

答案：(D)

解：由於  $\triangle PAB$  與  $\triangle PCD$  為兩相似的等腰三角形

$$\overline{PD} = \overline{PC} = 2, \overline{PA} = \overline{PB} = \overline{DB} - \overline{PD} = 6 - 2 = 4$$

$$\text{且 } \frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{PB}}{\overline{PD}} \Rightarrow \overline{AB} = 3 \cdot \frac{4}{2} = 6$$

$$\therefore \triangle PAB \text{ 的周長} = 6 + 4 + 4 = 14$$

10. 計算  $48 \div \left(\frac{8}{15} + \frac{24}{35}\right)$  之值為何？

- (A)75 (B)160 (C) $\frac{315}{8}$  (D) $90\frac{24}{35}$

答案：(C)

$$\text{解：原式} = 48 \div \frac{56 + 72}{105} = 48 \cdot \frac{105}{128} = \frac{315}{8}$$

11. 若大軍買了數支 10 元以及 15 元的原子筆，共花費 90 元，則這兩種原子筆的數量可能相差幾支？

- (A)2 (B)3 (C)4 (D)5

答案：(C)

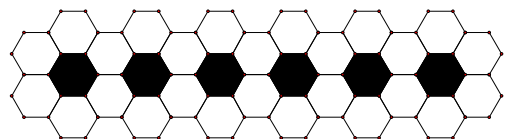
解：設大軍買了  $x$  支 10 元原子筆  
 $y$  支 15 元原子筆

$$10x + 15y = 90 \Rightarrow 2x + 3y = 18$$

$x$	9	6	3	0
$y$	0	2	4	6

$x - y$  可能的值有 9, 4, -1, -6，差距有 9, 4, 1, 6 故選(C)

12. 有一長條型鏈子，其外型由邊長為 1 公分的正六邊形排列而成。圖(四)表示此鏈之任一段花紋，其中每個黑色六邊形與 6 個



## “正一” 數學統整課程

白色六邊形相鄰。若鍊子上有 35 個黑色六邊形，則此鍊子共有幾個白色六邊形？

圖(四)

- (A)140
- (B)142
- (C)210
- (D)212

答案：(B)

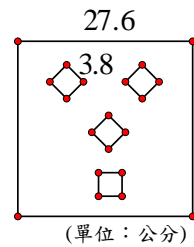
解：令  $a_n$  代表此鍊子上有  $n$  個黑色六邊形，其白色六邊形的個數

則由圖形觀察知， $\{a_n\}$  是首項  $a_1 = 6$ ，公差  $d = 4$  之等差數列

因此  $a_n = a_1 + (n-1)d = 6 + 4(n-1) = 4n + 2$

$\therefore a_{35} = 4 \cdot 35 + 2 = 142$  故選(B)

13. 如圖(五)，阿倉用一張邊長為 27.6 公分的正方形厚紙板，剪下邊長皆為 3.8 公分的四個正方形，形成一個有眼、鼻、口的面具。求此面具的面積為多少平方公分？



(單位：公分)

圖(五)

- (A)552
- (B)566.44
- (C)656.88
- (D)704

答案：(D)

解：所求 =  $27.6^2 - 4 \cdot 3.8^2$

$$= 27.6^2 - (2 \cdot 3.8)^2$$

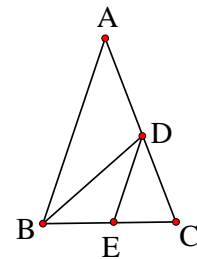
$$= (27.6 + 2 \cdot 3.8)(27.6 - 2 \cdot 3.8)$$

$$= 35.2 \cdot 20 = 704(\text{cm}^2)$$

14. 如圖(六)， $\triangle ABC$  中， $D, E$  兩點分別在  $\overline{AC}, \overline{BC}$  上，且

$\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{CD} = \overline{CE}$ . 若  $\angle A = 40^\circ, \angle ABD : \angle DBC = 3 : 4$ ,

則  $\angle BDE = ?$



圖(六)

- (A)  $25^\circ$
- (B)  $30^\circ$
- (C)  $35^\circ$
- (D)  $40^\circ$

答案：(B)

解：  $2\angle C + \angle A = 180^\circ \Rightarrow 2\angle C + 40^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle C = \angle ABC = 70^\circ = \angle DEC$  ( $\because \triangle DEC$  是等腰三角形)

$$\text{又 } \angle DBC = \frac{4}{3+4} \angle ABC = \frac{4}{7} \cdot 70^\circ = 40^\circ$$

## “正一” 數學統整課程

由外角定理知  $\angle BDE = \angle DEC - \angle DBC = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$

15.  $\sqrt{19}$  的值介於下列哪兩數之間？

(A)4.2, 4.3 (B)4.3, 4.4 (C)4.4, 4.5 (D)4.5, 4.6

答案：(B)

解：  $4.2^2 = 17.64$

$$4.3^2 = 18.49$$

$$4.4^2 = 19.36$$

$$4.5^2 = 20.25$$

$$\therefore 18.49 < 19 < 19.36 \Rightarrow 4.3 < \sqrt{19} < 4.4$$

16. 以下是甲、乙、丙三人看地圖時對四個地標的描述：

甲：從學校向北直走 500 公尺，再向東直走 100 公尺可到圖書館。

乙：從學校向西直走 300 公尺，再向北直走 200 公尺可到郵局。

丙：郵局在火車站西方 200 公尺處。

根據三人的描述，若從圖書館出發，判斷下列哪一種走法，其終點是火車站？

(A)向南直走 300 公尺，再向西直走 200 公尺

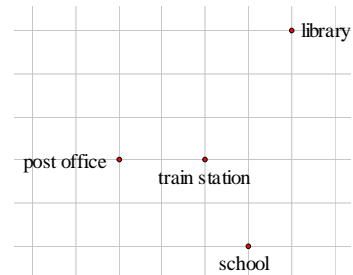
(B)向南直走 300 公尺，再向西直走 600 公尺

(C)向南直走 700 公尺，再向西直走 200 公尺

(D)向南直走 700 公尺，再向西直走 600 公尺

答案：(A)

解：由右圖知，答案為(A)

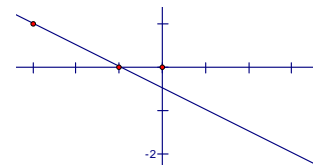


17. 已知  $f(x)$  為一次函數。若  $f(-3) > 0$  且  $f(-1) = 0$ ，判斷下列四個式子，哪一個是正確的？

(A)  $f(0) < 0$  (B)  $f(2) > 0$  (C)  $f(-2) < 0$  (D)  $f(3) > f(-2)$

答案：(A)

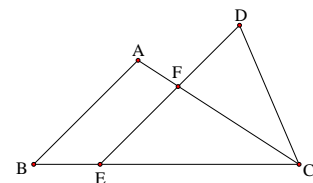
解：由右圖知，答案為(A)



18. 圖(七)為  $\triangle ABC$  與  $\triangle DEC$  重疊的情形，其中  $E$  在  $\overline{BC}$

上， $\overline{AC}$  交  $\overline{DE}$  於  $F$  點，且  $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ 。若  $\triangle ABC$  與

$\triangle DEC$  的面積相等，且  $\overline{EF} = 9, \overline{AB} = 12$ ，則  $\overline{DF} = ?$



圖(七)

(A)3

(B)7

(C)12

(D)15

答案：(B)

## “正一” 數學統整課程

解：∵  $\triangle ABC \sim \triangle FEC$  且  $\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

因此  $\triangle ABC, \triangle FEC$  高的比亦為 4:3

故假設  $\triangle ABC$  的高為  $4k, \triangle FEC$  的高為  $3k$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 4k = 24k$$

$$\triangle DEC = \frac{1}{2} \cdot (9 + \overline{DF}) \cdot 3k$$

$$\Rightarrow \frac{3k}{2} (9 + \overline{DF}) = 24k$$

$$9 + \overline{DF} = 16$$

$$\therefore \overline{DF} = 7$$

19. 如圖(八)，圓上有  $A, B, C, D$  四點，圓內有  $E, F$  兩點

且  $E, F$  在  $\overline{BC}$  上。若四邊形  $AEFD$  為正方形，則下

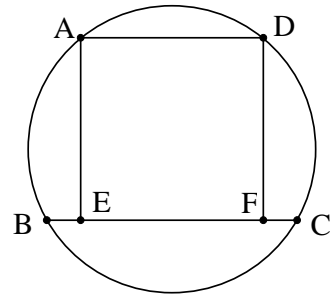
列弧長關係，何者正確？

(A)  $\widehat{AB} < \widehat{AD}$

(B)  $\widehat{AB} = \widehat{AD}$

(C)  $\widehat{AB} < \widehat{BC}$

(D)  $\widehat{AB} = \widehat{BC}$



圖(八)

答案：(C)

解：事實上只要考慮弦的長短，越長者對的弧越大

$$\begin{aligned} \overline{AD}^2 &= \overline{AE}^2 < \overline{AE}^2 + \overline{EB}^2 = \overline{AB}^2 < (\overline{AE} + \overline{EB} + \overline{FC})^2 = (\overline{EF} + \overline{EB} + \overline{FC})^2 = \overline{BC}^2 \\ \Rightarrow \overline{AD} &< \overline{AB} < \overline{BC} \end{aligned}$$

$$\therefore \widehat{AD} < \widehat{AB} < \widehat{BC} \quad \text{故選(C)}$$

20. 如圖(九)， $A, B, C, D$  四點均在同一圓弧上， $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ ,

且直線  $AB$  與直線  $CD$  相交於  $E$  點。若

$\angle BCA = 10^\circ, \angle BAC = 60^\circ$ ，則  $\angle BEC = ?$

(A)  $35^\circ$

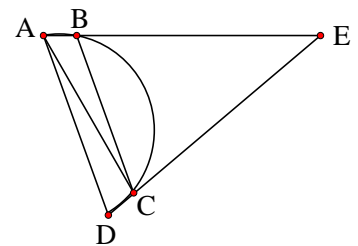
(B)  $40^\circ$

(C)  $60^\circ$

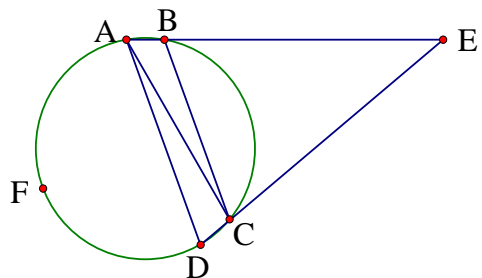
(D)  $70^\circ$

答案：(B)

解：如右圖，



圖(九)



# “正一” 數學統整課程

$$\widehat{BC} = 2\angle BAC = 120^\circ$$

$$\angle ABC = 180^\circ - \angle BAC - \angle BCA = 180^\circ - 60^\circ - 10^\circ = 110^\circ$$

$$\angle CAD = \angle BCA = 10^\circ \text{ (內錯角相等)}$$

$$\widehat{AFD} = \widehat{AFC} - \widehat{CD} = 2\angle ABC - 2\angle CAD = 220^\circ - 20^\circ = 200^\circ$$

$$\angle BEC = \frac{1}{2}(\widehat{AFD} - \widehat{BC}) = \frac{1}{2}(200^\circ - 120^\circ) = 40^\circ$$

21. 如圖(十)， $\triangle ABC$  的內部有一點  $P$ ，且  $D, E, F$

是  $P$  分別以  $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}$  為對稱軸的對稱點。

若  $\triangle ABC$  的內角  $\angle A = 70^\circ, \angle B = 60^\circ, \angle C = 50^\circ$ ，  
則  $\angle ADB + \angle BEC + \angle CFA = ?$

(A)  $180^\circ$

(B)  $270^\circ$

(C)  $360^\circ$

(D)  $480^\circ$

答案：(C)

解：連  $\overline{AP}, \overline{BP}, \overline{CP}$

由於線對稱，對稱角大小相等可得

$$\angle ADB + \angle BEC + \angle CFA = \angle APB + \angle BPC + \angle CPA = 360^\circ$$

22. 如圖(十一)，有三條繩子穿過一片木板，姊妹兩人分別站在木板的左、右兩邊，各選該邊的一條繩子。若每邊每條繩子被選中的機會相等，則兩人選到同一條繩子的機率為何？

(A)  $\frac{1}{2}$

(B)  $\frac{1}{3}$

(C)  $\frac{1}{6}$

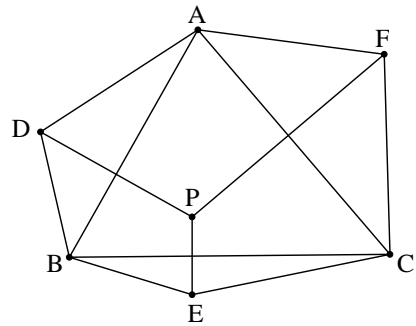
(D)  $\frac{1}{9}$

答案：(B)

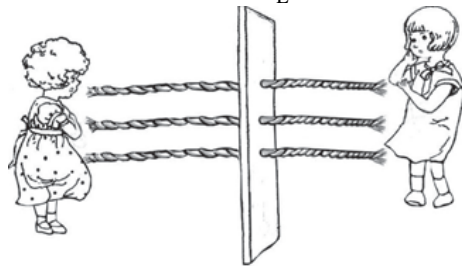
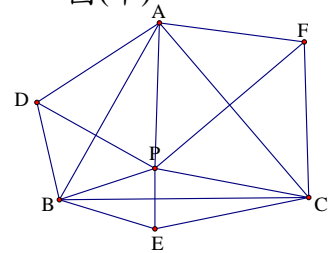
解：假設姊先任選一條

妹接著再選其中任一條

$$\text{則抓到同一條的機率} = 1 \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$



圖(十)



圖(十一)

## “正一” 數學統整課程

23. 某籃球隊員共 16 人，每人投籃 6 次，且表(一)為其投進球數的次數分配表。若此隊投進球數的中位數是 2.5，則眾數為何？

表(一)

投進球數	0	1	2	3	4	5	6
次數(人)	2	2	$a$	$b$	3	2	1

- (A)2  
(B)3  
(C)4  
(D)6

答案：(A)

解：中位數是 2.5，代表投進 2 球以內的有 8 人，3 球以上的也有 8 人

$$\begin{aligned} 2+2+a &= 8 \Rightarrow a=4 \\ \text{故 } b+3+2+1 &= 8 \Rightarrow b=2 \end{aligned}$$

因此眾數為 2

24. 解不等式  $\frac{2}{3}x+1 \leq \frac{2}{9}x+\frac{1}{3}$ ，得其解的範圍為何？

- (A)  $x \geq \frac{3}{2}$  (B)  $x \geq \frac{2}{3}$  (C)  $x \leq -\frac{3}{2}$  (D)  $x \leq -\frac{2}{3}$

答案：(C)

解：  $6x+9 \leq 2x+3$

$$4x \leq -6$$

$$x \leq -\frac{3}{2}$$

25. 某段隧道全長 9 公里，有一輛汽車以每小時 60 公里到 80 公里之間的速率通過該隧道。下列何者可能是該車通過隧道所用的時間？

- (A)6 分鐘 (B)8 分鐘 (C)10 分鐘 (D)12 分鐘

答案：(B)

解：最少花  $\frac{9}{80} \cdot 60 = \frac{27}{4} = 6$  分鐘 45 秒

最多花  $\frac{9}{60} \cdot 60 = 9$  分鐘

故只有可能的時間為 8 分鐘 故選(B)

26. 關於方程式  $49x^2 - 98x - 1 = 0$  的解，下列敘述何者正確？

- (A)無解 (B)有兩正根 (C)有兩負根 (D)有一正根及一負根

答案：(D)

解：判別式  $D = 98^2 + 4 \cdot 49 > 0$  故有兩實根

$$\text{再由根與係數知 } \begin{cases} \alpha + \beta = 2 \\ \alpha\beta = -\frac{1}{49} \end{cases} \text{ 可知必有一正根一負根 因此選(D)}$$



## “正一” 數學統整課程

27. 某水果店販賣西瓜、梨子及蘋果，已知一個西瓜的價錢比 6 個梨子多 6 元，一個蘋果的價錢比 2 個梨子少 2 元。判斷下列敘述何者正確？

- (A) 一個西瓜的價錢是一個蘋果的 3 倍  
 (B) 若一個西瓜降價 4 元，則其價錢是一個蘋果的 3 倍  
 (C) 若一個西瓜降價 8 元，則其價錢是一個蘋果的 3 倍  
 (D) 若一個西瓜降價 12 元，則其價錢是一個蘋果的 3 倍

答案：(D)

解：設西瓜、梨子及蘋果一個分別為  $x, y, z$  元

$$\text{由題意：} \begin{cases} x = 6y + 6 \cdots (1) \\ z = 2y - 2 \cdots (2) \end{cases}$$

$$(1) - 3(2) : x - 3z = 12 \Rightarrow x - 12 = 3z$$

因此一個西瓜降價 12 元，則其價錢是一個蘋果的 3 倍 故選(D)

28. 小嘉全班在操場上圍坐成一圈。若以班長為第 1 人，依順時針方向算人數，小嘉是第 17 人；若以班長為第 1 人，依逆時針方向算人數，小嘉是第 21 人。

求小嘉班上共有多少人？

- (A)36 (B)37 (C)38 (D)39

答案：(A)

解：班長與小嘉都多算一次

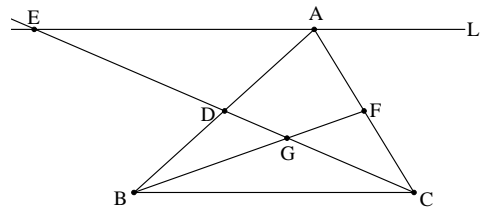
$$\text{故所求} = 17 + 21 - 2 = 36$$

29. 如圖(十二)， $G$  是  $\triangle ABC$  的重心，直線  $L$  過  $A$

點與  $\overline{BC}$  平行。若直線  $CG$  分別與  $\overline{AB}, L$  交於

$D, E$  兩點，直線  $BG$  與  $\overline{AC}$  交於  $F$  點，則

$\triangle AED$  的面積:四邊形  $ADGF$  的面積 = ?



圖(十二)

(A)1:2

(B)2:1

(C)2:3

(D)3:2

答案：(D)

解： $\overline{AD} = \overline{BD}$  ( $D$  為  $\overline{AB}$  中點)

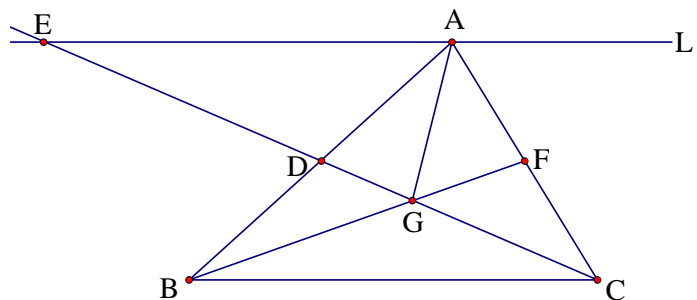
$$\angle ADE = \angle BDC \text{ (對頂角)}$$

$$\angle DAE = \angle DBC \text{ (平行內錯角相等)}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BDC \text{ (ASA)}$$

$$\triangle ADE = \triangle BDC = \frac{1}{2} \triangle ABC$$

連  $\overline{AG}$

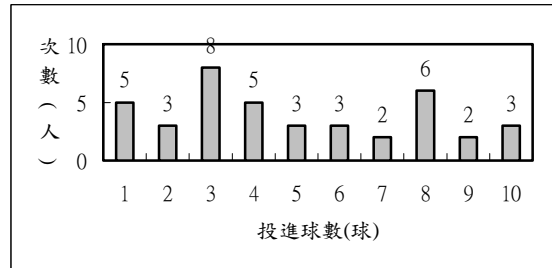


# “正一” 數學統整課程

$$\text{四邊形 } ADGF = \triangle ADG + \triangle AFG = \frac{1}{6}\triangle ABC + \frac{1}{6}\triangle ABC = \frac{1}{3}\triangle ABC$$

$$\text{所求} = \frac{1}{2}\triangle ABC : \frac{1}{3}\triangle ABC = 3:2$$

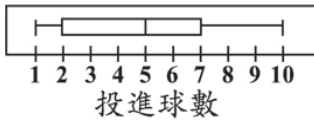
30. 若圖(十三)是某班 40 人投籃成績次數長條圖，則下列何者是圖(十三)資料的盒狀圖？



(A)



(B)



(C)



(D)



答案：(D)

解：最小值=1，最大值=10

$$40 \cdot \frac{1}{4} = 10, 40 \cdot \frac{1}{2} = 20, 40 \cdot \frac{3}{4} = 30$$

$$Q_1 = \frac{3+3}{2} = 3$$

$$\text{中位數} = \frac{4+4}{2} = 4$$

$$Q_3 = \frac{8+8}{2} = 8$$

由以上這些資料可知答案為(D)

31. 如圖(十四)，有兩個三角錐  $ABCD, EFGH$ ，其中甲、乙、丙、丁分別表示  $\triangle ABC, \triangle ACD, \triangle EFG, \triangle EGH$ 。若  $\angle ACB = \angle CAD = \angle EFG = \angle EGH = 70^\circ$ ，  
 $\angle BAC = \angle ACD = \angle EGF = \angle EHG = 50^\circ$ ，則下列敘述何者正確？

(A) 甲、乙全等，丙、丁全等

## “正一” 數學統整課程

- (B) 甲、乙全等，丙、丁不全等  
 (C) 甲、乙不全等，丙、丁全等  
 (D) 甲、乙不全等，丙、丁不全等

答案：(B)

解： $\angle ACB = \angle CAD = 70^\circ$

$$\overline{AC} = \overline{AC}$$

$$\angle BAC = \angle ACD = 50^\circ$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA (ASA)$$

但  $\overline{FG}$  不一定和  $\overline{GH}$  等長

$\therefore$  丙、丁不一定全等 故選(B)

32. 如圖(十五)，圓  $O$  為四邊形  $ABCD$  的內切圓。

若  $\angle AOB = 70^\circ$ ，則  $\angle COD = ?$

(A)  $110^\circ$

(B)  $125^\circ$

(C)  $140^\circ$

(D)  $145^\circ$

答案：(A)

解：令  $\angle BAO = x^\circ$ ， $\angle ABO = y^\circ$ ， $\angle BCO = z^\circ$ ， $\angle ADO = w^\circ$

$$x + y + 70 = 180 \Rightarrow x + y = 110 \text{---} \textcircled{1}$$

$$2(x + y + z + w) = 360 \Rightarrow x + y + z + w = 180 \text{---} \textcircled{2}$$

①代入②：

$$110 + z + w = 180 \Rightarrow z + w = 70$$

$$\angle COD = 180^\circ - (z + w)^\circ = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

33. 如圖(十六)， $\overline{AD}$  為圓  $O$  的直徑。甲、乙兩人想在圓上找

$B, C$  兩點，作一個正三角形  $ABC$ ，其作法如下：

甲：1. 作  $\overline{OD}$  中垂線，交圓於  $B, C$  兩點

2. 連  $\overline{AB}, \overline{AC}$ ， $\triangle ABC$  即為所求。

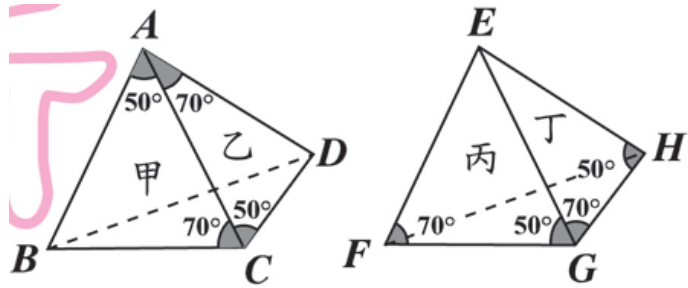
乙：1. 以  $D$  為圓心， $\overline{OD}$  長為半徑畫弧，交圓於  $B, C$  兩點

2. 連  $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ ， $\triangle ABC$  即為所求。

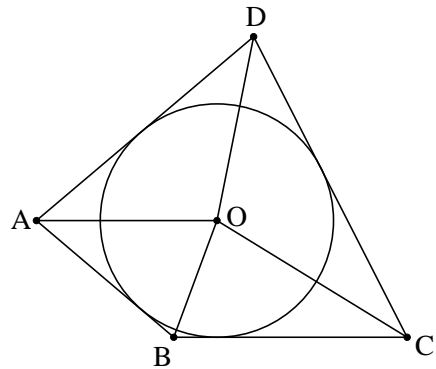
對於甲、乙兩人的作法，下列判斷何者正確？

(A) 甲、乙皆正確

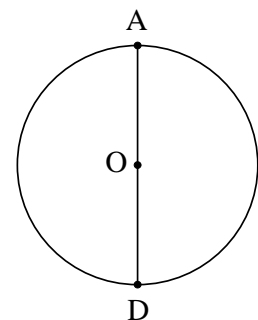
(B) 甲、乙皆錯誤



圖(十四)



圖(十五)



圖(十六)

## “正一” 數學統整課程

(C) 甲正確、乙錯誤

(D) 甲錯誤、乙正確

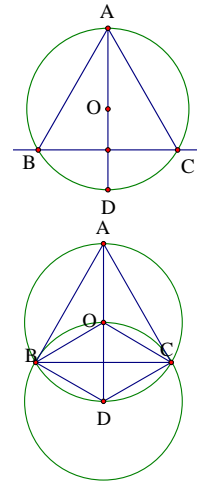
答案：(A)

解：甲：利用重心 2:1 的性質，以及正三角形對中線成對稱的特性即可利用此作圖而得

乙：與甲同樣的觀念，只是利用菱形對角線會互相平分，便可以依此作圖而得

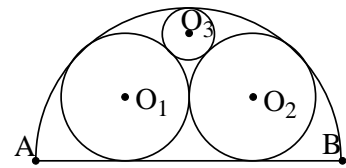
因此可知甲、乙皆正確

故選(A)



34. 如圖(十七)，圓  $O_1$ ，圓  $O_2$ ，圓  $O_3$  三圓兩兩相切，且  $\overline{AB}$

為圓  $O_1$ ，圓  $O_2$  的公切線， $\widehat{AB}$  為半圓，且分別與三圓各切於一點。若圓  $O_1$ ，圓  $O_2$  的半徑均為 1，則圓  $O_3$  的半徑為何？



圖(十七)

(A) 1

(B)  $\frac{1}{2}$

(C)  $\sqrt{2}-1$

(D)  $\sqrt{2}+1$

答案：(C)

解：如右圖

$$\text{圓 } O \text{ 的半徑} = \overline{OD} = \overline{OO_1} + \overline{O_1D} = \sqrt{1+1} + 1 = \sqrt{2} + 1$$

令  $O_3$  的半徑為  $r$

$$\overline{O_3C} = \sqrt{2} + 1 - 1 - r = \sqrt{2} - r$$

$$\overline{O_1O_3} = r + 1$$

利用商高定理可得

$$(r+1)^2 = (\sqrt{2}-r)^2 + 1$$

$$r^2 + 2r + 1 = 2 - 2\sqrt{2}r + r^2 + 1$$

$$(2\sqrt{2}+2)r = 2$$

$$(\sqrt{2}+1)r = 1$$

$$\therefore r = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}-1 \text{ 故選(C)}$$

